

5. ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΦΕΔΡΑΝΩΝ LRB

5.1 Γενικά

Το αντικείμενο αυτού του κεφαλαίου είναι ο βέλτιστος σχεδιασμός συστημάτων σεισμικής μόνωσης αποτελούμενων από ελαστομεταλλικά εφέδρανα με πυρήνα μολύβδου (Lead Rubber Bearings – LRB). Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού συστημάτων σεισμικής μόνωσης εφεδράνων LRB συνίσταται στην επιλογή των διαστάσεων των εφεδράνων έτσι ώστε το κόστος του συστήματος σεισμικής μόνωσης να είναι ελάχιστο. Ταυτόχρονα πρέπει να ικανοποιούνται οι περιορισμοί του προβλήματος οι οποίοι περιλαμβάνουν περιορισμούς απόδοσης της σεισμικής μόνωσης και περιορισμούς επάρκειας των εφεδράνων. Οι μεταβλητές του προβλήματος είναι η εξωτερική διάμετρος και η διάμετρος του πυρήνα για κάθε εφέδρανο της κάτοψης καθώς και το ύψος των εφεδράνων το οποίο είναι συνήθως κοινό. Ένα μέρος του συνολικού κόστους του συστήματος σεισμικής μόνωσης αποτελεί το κόστος των υλικών κατασκευής των εφεδράνων. Επιπλέον για κάθε διαφορετικό μέγεθος εφεδράνου αντιστοιχεί πρόσθετο κόστος το οποίο προκύπτει από το κόστος του καλουπιού κατασκευής και από το κόστος των πειραματικών ελέγχων. Για τον λόγο αυτό το σύστημα σεισμικής μόνωσης LRB είναι επιθυμητό να έχει τον μικρότερο δυνατό αριθμό διαφορετικών διαστάσεων εφεδράνων.

Τα πρακτικά συστήματα σεισμικής μόνωσης έχουν μόνο μια ή δύο διαφορετικές διαστάσεις εφεδράνων. Οι περιορισμοί επάρκειας των εφεδράνων (π.χ. ο απαιτούμενος συντελεστής ασφαλείας έναντι λυγισμού) απαιτούν διαστάσεις κάτοψης οι οποίες αυξάνουν όσο αυξάνει το κατακόρυφο φορτίο. Κατά συνέπεια η ομαδοποίηση των

εφεδράνων σε τύπους κοινών διαστάσεων θα πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε ο κάθε τύπος να εφαρμόζεται για εφέδρανα με παρόμοιο κατακόρυφο φορτίο.

Στην συνέχεια παρουσιάζεται το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού συστήματος σεισμικής μόνωσης το οποίο αποτελείται από ένα μόνο εφέδρανο LRB. Το πρόβλημα αυτό αν και από μόνο του δεν έχει πρακτικό ενδιαφέρον μπορεί να εφαρμοστεί προσεγγιστικά για τον σχεδιασμό συστημάτων σεισμικής μόνωσης τα οποία αποτελούνται από πολλά εφέδρανα LRB διαφορετικών διαστάσεων. Η επέκταση αυτή είναι δυνατή μέσω του σχηματισμού ενός ισοδύναμου προβλήματος αποτελούμενου από ένα μόνο εφέδρανο LRB. Η εμβάθυνση στο Πρόβλημα Βελτιστοποίησης του Απλού LRB είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την κατανόηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης και την περαιτέρω απλοποίηση της. Όπως αποδεικνύεται θεωρητικά το ισοδύναμο πρόβλημα μπορεί να αναχθεί στην επίλυση ορισμένων μη γραμμικών εξισώσεων, οπότε ουσιαστικά δεν απαιτείται κάποια μέθοδος βελτιστοποίησης για την αντιμετώπιση του.

5.2 Το Πρόβλημα Βελτιστοποίησης του Απλού LRB

Σε αυτή την παράγραφο εξετάζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης συστήματος σεισμικής μόνωσης το οποίο αποτελείται από ένα και μόνο εφέδρανο LRB. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός απλού LRB συνίσταται στην διαστασιολόγηση ενός μοναχικού εφεδράνου LRB έτσι ώστε το κόστος των υλικών του να καθίσταται ελάχιστο, χωρίς όμως να παραβιάζονται οι διάφοροι περιορισμοί σχεδιασμού. Η ανάλυση και βελτιστοποίηση του μονοβάθμιου συστήματος του εφεδράνου γίνεται επαρκώς με την βοήθεια της ισοδύναμης στατικής μεθόδου. Η μέθοδος μπορεί να στηριχθεί στις δύο βασικές παραδοχές: το διγραμμικό υστερητικό μοντέλο για την προσομοίωση της συμπεριφοράς του εφεδράνου σε διάτμηση και την παραδοχή φασμάτων σταθερής ταχύτητας στην περιοχή των ιδιοπεριόδων των συστημάτων σεισμικής μόνωσης για τον υπολογισμό των μετατοπίσεων σχεδιασμού. Και οι δύο παραδοχές είναι εύλογες για την προδιαστασιολόγηση και βελτιστοποίηση.

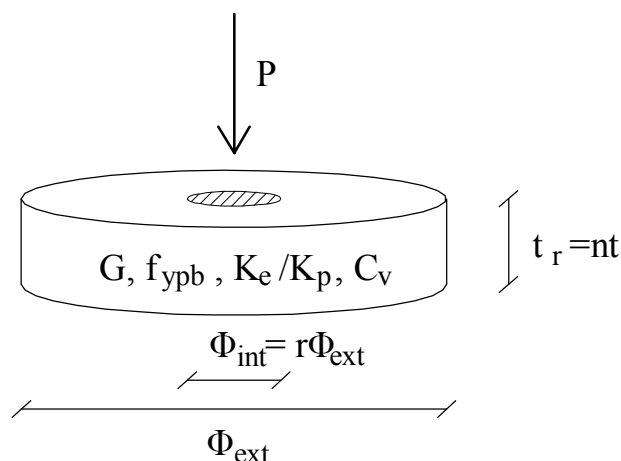
Παρά τις έντονες μη-γραμμικότητες τις οποίες εισάγουν η υστερητική συμπεριφορά και οι περιορισμοί του σχεδιασμού, το πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός απλού LRB

είναι αρκετά απλό έτσι ώστε να προσφέρεται για επίλυση με τις κλασσικές μεθόδους βελτιστοποίησης μη-γραμμικών προβλημάτων. Αντίθετα η εφαρμογή των κλασσικών μεθόδων σε πολυπλοκότερα προβλήματα βελτιστοποίησης σεισμικής μόνωσης γίνεται δυσχερής.

Η εμβάθυνση στο πρόβλημα βελτιστοποίησης του απλού LRB αποδεικνύεται ιδιαίτερα χρήσιμη. Πρώτον περαιτέρω απλοποίηση του προβλήματος είναι δυνατή με την αναγνώριση εσωτερικών σχέσεων που πηγάζουν από τις δύο βασικές παραδοχές του. Επιπλέον η εποπτεία που προσφέρει το πρόβλημα βελτιστοποίησης του απλού LRB είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την κατανόηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης και του ρόλου των μεταβλητών σχεδιασμού και των περιορισμών σχεδιασμού σε αυτή. Τέλος κάτω από ορισμένες παραδοχές το απλό πρόβλημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα για τον βέλτιστο σχεδιασμό συστημάτων σεισμικής μόνωσης τα οποία χρησιμοποιούν πολλούς τύπους εφεδράνων LRB.

5.3 Αρχική Μορφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης του Απλού LRB

Το Σχήμα 5-1 εικονίζει την γεωμετρία ενός μεμονωμένου εφεδράνου LRB. Το εφέδρανο έχει εξωτερική διάμετρο Φ_{ext} (εξωτ. διάμετρος του συγκολλημένου στις μεταλλικές πλάκες ελαστικού), εσωτερική διάμετρο Φ_{int} (διάμετρος πυρήνα μολύβδου) και συνολικό πάχος ελαστικού t_r το οποίο αποτελείται από n στρώσεις πάχους t η κάθε μία. Το εφέδρανο υποβάλλεται σε κατακόρυφο φορτίο P και σεισμικές μετακινήσεις οι οποίες υπολογίζονται με βάση την παραδοχή φάσματος σταθερής ταχύτητας $D=C_v T/B$ στην περιοχή των ιδιοπεριόδων του μονωμένου συστήματος. Το εφέδρανο LRB προσομοιώνεται ως ένα διγραμμικό υστερητικό στοιχείο.



Σχήμα 5-1 Γεωμετρία του Προβλήματος Βελτιστοποίησης του Απλού LRB

Η εξωτερική διάμετρος Φ_{ext} και το συνολικό πάχος του ελαστικού t_r αποτελούν δύο από τις τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος. Ως τρίτη ανεξάρτητη μεταβλητή είναι προτιμότερο να εισαχθεί ο λόγος εσωτερικής προς εξωτερική διάμετρο $r = \Phi_{int} / \Phi_{ext}$ αντί της Φ_{int} αφού με αυτό τον τρόπο απλοποιούνται οι αλγεβρικές εκφράσεις. Όλες οι υπόλοιπες ποσότητες όπως το κατακόρυφο φορτίο P , το πάχος των στρώσεων ελαστικού t , το μέτρο διάτμησης του ελαστικού G , η τάση διαρροής του μολύβδου f_{ypb} , ο λόγος της ελαστικής ακαμψίας προς την ακαμψία μετά την διαρροή K_e / K_p , και η σταθερά C_v του φάσματος σταθερής ταχύτητας θεωρούνται δεδομένες σταθερές για κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Η αρχική μορφή του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB με ανεξάρτητες μεταβλητές τις τρεις ποσότητες Φ_{ext} , r , t_r εκφράζεται ως :

Ελαχιστοποίηση του κόστους των υλικών (ελαστικό και μολύβδος)

Υποβαλλόμενο στους ακόλουθους περιορισμούς:

$$1. \text{ Μετατόπιση: } D = \frac{C_v T(D)}{B(D)}$$

$$2. \text{ Μέγιστος επιτρεπτός βαθμός απόσβεσης: } \beta \leq \beta_{\max}$$

3. Μέγιστη επιτρεπτή διατμητική παραμόρφωση: $\gamma_s \leq \gamma_{s,\max}$
4. Περιορισμοί απόδοσης της σεισμικής μόνωσης
 - 4α. Μέγιστος επιτρεπτός συντελεστής τέμνουσας βάσης
 $C_s \leq C_{s,\max}$
 - 4β. Ελάχιστη επιτρεπτή ιδιοπερίοδος του μονωμένου συστήματος $T \geq T_{\min}$
5. Περιορισμοί επάρκειας του εφεδράνου LRB
 - 5α. Ελάχιστος επιτρεπτός συντελεστής ασφαλείας έναντι αστάθειας στην μετατοπισμένη θέση (λυγισμός)
 $SF_b \geq SF_{b,\min}$
 - 5β. Μέγιστη επιτρεπτή διατμητική παραμόρφωση λόγω κατακόρυφης συμπίεσης $\gamma_c \leq \gamma_{c,\max}$
 - 5γ. Μέγιστη επιτρεπτή κατακόρυφη ιδιοπερίοδος $T_v \leq T_{v,\max}$
6. Λοιποί περιορισμοί
 - 6α. Μέγιστη επιτρεπτή οριζόντια μετατόπιση $D \leq D_{\max}$
 - 6β. Ελάχιστη επιτρεπτή δύναμη διαρροής $F_y \geq F_{y,\min}$

Η αντικειμενική συνάρτηση του κόστους των υλικών απλοποιητικά λαμβάνει υπόψη το κόστος του συγκολλημένου ελαστικού και του πυρήνα μολύβδου.

$$\text{cost} = (C_R A_r + C_L A_{pb}) t_r \quad (5-1)$$

όπου A_r , C_R και A_{pb} , C_L είναι η επιφάνεια σε κάτοψη και το κόστος ανά μονάδα όγκου για το ελαστικό και τον μολύβδο αντίστοιχα. Ως αντιπροσωπευτικές τιμές του κόστους ανά μονάδα όγκου των δύο υλικών για τις εφαρμογές που ακολουθούν επιλέχθηκαν οι τιμές $C_R = 45768 \text{ \$/m}^3$ και $C_L = 122047 \text{ \$/m}^3$ που αποτελούν τις τρέχουσες τιμές στην αμερικανική αγορά. Η παραπάνω μορφή της συνάρτησης κόστους δεν λαμβάνει υπόψη το κόστος των μεταλλικών πλακών, το κόστος των συνδέσεων κτλ. Όμως αντιπροσωπεύει το μεγαλύτερο μέρος του πραγματικού κόστους υλικών του εφεδράνου και βοηθά σημαντικά στην απλοποίηση του προβλήματος και την επέκταση του στην

βελτιστοποίηση συστημάτων σεισμικής μόνωσης αποτελούμενων από πολλά εφέδρανα LRB.

Ο πρώτος περιορισμός ισότητας αντιπροσωπεύει την επαναληπτική διαδικασία που απαιτείται κατά την ανάλυση με ισοδύναμη στατική μέθοδο για τον υπολογισμό της μετατόπισης D στο κέντρο ακαμψίας του συστήματος σεισμικής μόνωσης. Η μετατόπιση D υπολογίζεται με βάση την παραδοχή φάσματος σταθερής ταχύτητας $D=C_v T/B$. Απαιτείται επαναληπτική διαδικασία αφού η ιδιοπερίοδος T και ο συντελεστής απόσβεσης B του συστήματος εξαρτώνται από την άγνωστη μετατόπιση D . Η επαναληπτική διαδικασία είναι η εξής: Επιλέγεται αρχική τιμή της μετατόπισης D , υπολογίζονται οι ποσότητες T και B συναρτήσει αυτής της τιμής και γίνεται υπολογισμός νέας προσέγγισης για την μετατόπιση D σύμφωνα με την σχέση $D=C_v T/B$. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την σύγκλιση η οποία επιτυγχάνεται σε 2 έως 4 δοκιμές.

Ο δεύτερος και ο τρίτος περιορισμός θέτουν όριο για την μέγιστη επιτρεπτή τιμή του ισοδύναμου βαθμού απόσβεσης β και της διατμητικής παραμόρφωσης γ_s του εφεδράνου, και είναι ιδιαίτερα σημαντικοί για την περαιτέρω απλοποίηση του προβλήματος. Ο περιορισμός της μέγιστης διατμητικής παραμόρφωσης γ_s αποτελεί ένα ικανοποιητικό κριτήριο για το εάν τα εφέδρανα θα είναι επαρκή κατά τις δοκιμές ανακυκλικής φόρτισης στην μετατόπιση σχεδιασμού, όπως επιβάλλεται από τις κανονιστικές διατάξεις. Συνήθως η διατμητική παραμόρφωση γ_s περιορίζεται σε τιμές μικρότερες του 2.00 για όλα τα εφέδρανα. Αν όμως δεν λαμβάνεται υπόψη η αύξηση των μετακινήσεων λόγω της στρεπτικής στροφής της βάσης τότε περιορίζεται σε τιμές μικρότερες του 1.50, αφήνοντας έτσι περιθώριο για την στρέψη.

Ο περιορισμός μέγιστου επιτρεπτού βαθμού απόσβεσης β είναι πάντα ενεργός κατά την αναζήτηση του βέλτιστου κόστους. Ο περιορισμός αυτός είναι ιδιαίτερα σημαντικός για τον σχεδιασμό των πρακτικών συστημάτων σεισμικής μόνωσης. Από μόνη της η ισοδύναμη στατική ανάλυση θα επιθυμούσε όσο το δυνατό μεγαλύτερο βαθμό απόσβεσης β έτσι ώστε να προκύπτουν όσο το δυνατό μικρότερες μετακινήσεις. Όμως για μεγάλους βαθμούς απόσβεσης β εμφανίζεται διέγερση των ανωτέρων ιδιομορφών της μονωμένης κατασκευής οι οποίες περιλαμβάνουν σημαντική κίνηση της ανωδομής. Αυτό οδηγεί σε αυξημένες επιταχύνσεις ορόφων για την ανωδομή και

αυξημένες ροπές ανατροπής για τα στοιχεία του συστήματος σεισμικής μόνωσης. Η ισοδύναμη στατική μέθοδος βασίζεται μόνο στην πρώτη ιδιομορφή με την επιπλέον παραδοχή ότι όλες οι μετατοπίσεις εμφανίζονται στο επίπεδο της σεισμικής μόνωσης και την ανωδομή να κινείται σαν στερεό σώμα. Έτσι οι δυσμενείς συνέπειες της αυξημένης απόσβεσης δεν μπορούν να προβλεφθούν από την ισοδύναμη στατική μέθοδο, μπορούν όμως να αποφευχθούν με τον περιορισμό μέγιστου επιτρεπτού βαθμού απόσβεσης β για το σύστημα μόνωσης. Η μέγιστη επιτρεπτή τιμή του β πάνω από την οποία η διέγερση των ανώτερων ιδιομορφών γίνεται σημαντική εξαρτάται από την δυναμική συμπεριφορά της ανωδομής. Κατά τον σχεδιασμό η μέγιστη επιτρεπτή τιμή της απόσβεσης β πρέπει να μειώνεται όσο η μειώνεται η διαφορά της ιδιοπερίοδου της μονωμένης κατασκευής σε σχέση με την ιδιοπερίοδο της συμβατικά θεμελιωμένης ανωδομής γιατί τότε γίνεται πιο πιθανή η σύζευξη των ανώτερων ιδιομορφών. Συνήθεις τιμές της απόσβεσης συστημάτων LRB είναι από 15% έως 25%.

Ο τέταρτος και η πέμπτος περιορισμός αντιπροσωπεύουν ομάδες περιορισμών απόδοσης της σεισμικής μόνωσης και επάρκειας του εφεδράνου LRB αντίστοιχα. Οι περιορισμοί που αποτελούν την κάθε ομάδα έχουν παρόμοια συμπεριφορά στον περιορισμό του χωρίου των δυνατών λύσεων και έτσι αρκεί να ληφθεί υπόψη ο πιο κρίσιμος από την κάθε ομάδα.

Οι περιορισμοί απόδοσης της σεισμικής μόνωσης εκφράζουν το κατά πόσο το σύστημα σεισμικής μόνωσης επιτελεί τον σκοπό του δηλαδή την μείωση της σεισμικής απαίτησης στην ανωδομή. Η αποδοτικότητα του συστήματος σεισμικής μόνωσης μπορεί να ποσοτικοποιηθεί μέσω της αύξησης της ιδιοπερίοδου T ή της μείωσης του συντελεστή τέμνουσας βάσης C_s της μονωμένης κατασκευής σε σχέση με την συμβατικά θεμελιωμένη κατασκευή. Και οι δύο εκφράσεις έχουν παρόμοια συμπεριφορά στο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Στις ακόλουθες εφαρμογές θα χρησιμοποιηθεί μόνο ο περιορισμός μέγιστου επιτρεπτού συντελεστή τέμνουσας βάσης $C_s \leq C_{s,\max}$ ο οποίος έχει και μεγαλύτερο ενδιαφέρον κατά τον σχεδιασμό.

Οι περιορισμοί επάρκειας του εφεδράνου LRB εκφράζουν το κατά πόσο το εφέδρανο είναι ικανό να φέρει τα κατακόρυφα φορτία και τις οριζόντιες μετακινήσεις του σεισμού με ασφάλεια. Οι περιορισμοί επάρκειας χαρακτηρίζονται από έντονη μη-γραμμικότητα που κάνει αδύνατη την αλγεβρική εκμετάλλευσή τους για την

απλοποίηση του προβλήματος. Επιπλέον για τον υπολογισμό τους απαιτείται η εκτίμηση και του πάχους κάθε στρώσης ελαστικού t . Συνήθως ο περιορισμός ελάχιστου επιτρεπτού συντελεστή ασφαλείας λυγισμού $SF_b \geq SF_{b,min}$ υπό τις σεισμικές μετακινήσεις αποτελεί τον κρισιμότερο από αυτούς τους περιορισμούς και αυτός έχει ληφθεί υπόψη στις αναλύσεις που ακολουθούν. Τυπικές τιμές του συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού είναι από 2,0 έως 2.5. Στις συνήθεις περιπτώσεις ο εκ των υστέρων έλεγχος των υπολοίπων περιορισμών επάρκειας πληρείται σχετικά εύκολα.

Οι λοιποί περιορισμοί του προβλήματος εκφράζουν σχεδιαστικές απαιτήσεις δευτερεύουσας σημασίας. Σε αυτή την ομάδα περιορισμών μπορούν να ενταχθούν ο περιορισμός της μέγιστης μετατόπισης του συστήματος $D \leq D_{max}$ σε πρακτικά επίπεδα για τον σχεδιασμό της τάφρου και ο περιορισμός της ελάχιστης δύναμης διαρροής $F_y \geq F_{y,min}$ έτσι ώστε το σύστημα να μην διαρρέει για τις μη σεισμικές οριζόντιες φορτίσεις (π.χ. ανέμου). Αυτοί οι περιορισμοί έχουν πολύ απλή συμπεριφορά στον περιορισμό του χωρίου των δυνατών λύσεων και μπορούν αν ελεγχθούν εκ των υστέρων. Δεν θα ληφθούν υπόψη άμεσα στην ανάλυση που ακολουθεί.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα το πρόβλημα βελτιστοποίησης του απλού LRB στην αρχική του μορφή αποτελεί ένα έντονα μη γραμμικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης στον τρισδιάστατο χώρο τριών ανεξαρτήτων μεταβλητών το οποίο υποβάλλεται σε 4 περιορισμούς ανισότητας και ένα περιορισμό ισότητας. Η μορφή αυτή μπορεί να επιλυθεί επιτυχώς μέσω των κλασσικών μεθόδων βελτιστοποίησης μη γραμμικών προβλημάτων.

Η επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB στην αρχική του μορφή είναι δυνατή με την βοήθεια της λειτουργίας *Solver* του προγράμματος επεξεργασίας λογιστικών φύλλων *Microsoft Excel*. Ο *Microsoft Excel Solver* χρησιμοποιεί τον κώδικα της γενικευμένης μεθόδου μειωμένης κλίσης βαθμωτού πεδίου (*Generalized Reduced Gradient - GRG2*). Η επίλυση με βάση τον *Solver* θα χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων της διαδικασίας απλοποίησης του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB που παρουσιάζεται στις επόμενες παραγράφους. Έτσι όλες οι καμπύλες των περιορισμών του προβλήματος που ακολουθούν στις επόμενες παραγράφους παρήχθησαν αριθμητικά μέσω του *Solver*.

Η διαδικασία μέσω της οποίας παρήχθησαν οι καμπύλες των περιορισμών έχει ως εξής: Κατασκευάζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης του απλού LRB σε λογιστικό φύλλο του Microsoft Excel, δηλαδή για δεδομένες τιμές των τριών ανεξάρτητων μεταβλητών υπολογίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών του προβλήματος σύμφωνα με τα Κεφάλαια 3, 4. Στην συνέχεια τίθεται μια δεδομένη τιμή σε μία από τις τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές. Ο προσδιορισμός των καμπύλων γίνεται ως εξής: για αυξανόμενες τιμές της δεύτερης ανεξάρτητης μεταβλητής αναζητείται η τιμή της τελευταίας ανεξάρτητης μεταβλητής έτσι ώστε ο περιορισμός που εκφράζει η καμπύλη να ικανοποιείται ως ισότητα. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται μέσω του *Solver*.

5.4 Βασικές Συσχετίσεις Απλοποίησης του Προβλήματος

Στόχος της ανάλυσης που ακολουθεί είναι να εισαχθούν σαν μεταβλητές σχεδιασμού ο βαθμός απόσβεσης β και η διατμητική παραμόρφωση γ_s , αντικαθιστώντας την εξωτερική διάμετρο Φ_{ext} και τον λόγο διαμέτρων r . Η επίδραση των β και γ_s στους περιορισμούς και την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος μπορεί να κατανοηθεί αναγνωρίζοντας δυο ποσότητες οι οποίες παραμένουν σταθερές όταν τα β και γ_s παραμένουν και αυτά σταθερά.

5.4.1 Η αδιάστατη χαρακτηριστική δύναμη q

Η παραδοχή διγραμμικού υστερητικού μοντέλου για την συμπεριφορά σε οριζόντια διάτμηση του εφεδράνου LRB οδηγεί στην αναγνώριση της αδιάστατης χαρακτηριστικής δύναμης q . Η ποσότητα αυτή σχετίζεται μονοσήμαντα με τον ισοδύναμο βαθμό απόσβεσης β , την διατμητική παραμόρφωση γ_s και τον λόγο διαμέτρων r .

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3-2), (3-5) και (3-7) στην σχέση (3-9), ο ισοδύναμος βαθμός απόσβεσης β μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της χαρακτηριστικής δύναμης Q , της επιφάνειας του συγκολλημένου ελαστικού A_r και της διατμητικής παραμόρφωσης γ_s ως εξής :

$$\beta = \frac{2Q[A_r G \gamma_s (K_e/K_p - 1) - Q]}{\pi(K_e/K_p - 1) G A_r \gamma_s (G A_r \gamma_s + Q)} \quad (5-2)$$

Επιλύοντας την εξίσωση (5-2) ως προς την χαρακτηριστική δύναμη Q οδηγούμαστε σε δύο ρίζες.

$$Q = \frac{A_r G \gamma_s}{4} \left[(2 - \beta\pi)(K_e/K_p - 1) \pm \sqrt{(2 - \beta\pi)^2 (K_e/K_p - 1)^2 - 8\beta\pi(K_e/K_p - 1)} \right] \quad (5-3)$$

Οι δύο ρίζες είναι πραγματικές και θετικές αν η υπόριζος ποσότητα είναι θετική. Αυτή η απαίτηση πληρείται πάντα για τυπικές τιμές του λόγου απόσβεσης. Από τις δύο θετικές λύσεις μόνο η μικρότερη έχει πρακτικό ενδιαφέρον για τον σχεδιασμό, η μεγαλύτερη συσχετίζεται με πολύ μεγάλους λόγους διαμέτρων r που παρέχουν τον ίδιο βαθμό απόσβεσης. Επιπλέον η χαρακτηριστική δύναμη Q μπορεί να αδιαστοτοποιηθεί ως εξής :

$$q = \frac{Q}{A_r G} = \frac{\gamma_s}{4} \left[(2 - \beta\pi)(K_e/K_p - 1) - \sqrt{(2 - \beta\pi)^2 (K_e/K_p - 1)^2 - 8\beta\pi(K_e/K_p - 1)} \right] \quad (5-4)$$

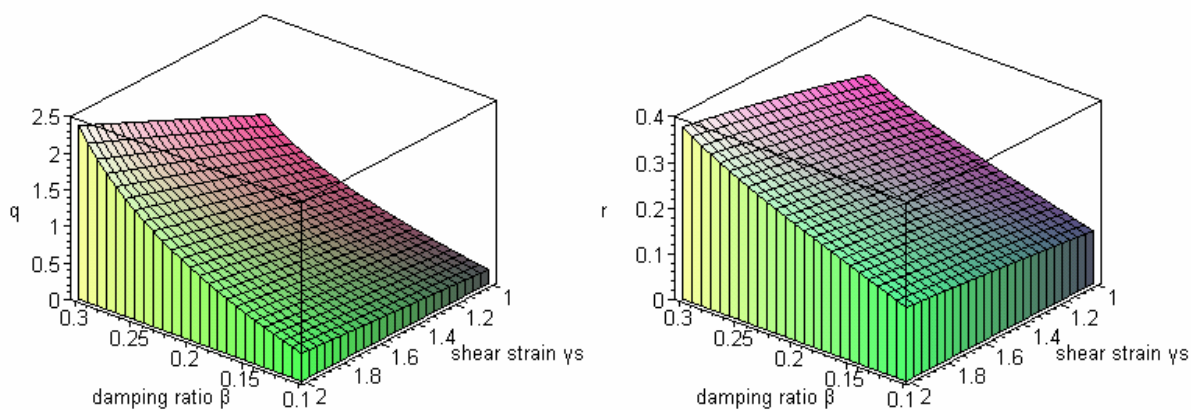
Η εξίσωση (5-4) ορίζει την αδιάστατη χαρακτηριστική δύναμη q . Δείχνει ότι η αδιάστατη χαρακτηριστική δύναμη q είναι σταθερή ποσότητα για λύσεις που επιτυγχάνουν δεδομένο βαθμό απόσβεσης β και διατμητική παραμόρφωση γ_s . Επιπλέον συσχετίζεται μονοσήμαντα με τον λόγο διαμέτρων r του εφεδράνου ως εξής :

$$q = \frac{Q}{A_r G} = \frac{A_{pb} f_{ypb}}{A_r G} = \frac{r^2 \pi \Phi_{ext}^2 / 4}{(1 - r^2) \pi \Phi_{ext}^2 / 4} \frac{f_{ypb}}{G} \Rightarrow$$

$$q = \frac{r^2}{(1 - r^2)} \frac{f_{ypb}}{G} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{q}{q + \frac{f_{ypb}}{G}}} \quad (5-5)$$

Συνεπώς λύσεις οι οποίες επιτυγχάνουν δεδομένο βαθμό απόσβεσης β και διατμητική παραμόρφωση γ_s έχουν όλες κοινό λόγο διαμέτρων r ο οποίος μπορεί να υπολογιστεί από τις εξισώσεις (5-5) και (5-4) (για την ακρίβεια η μεγάλη θετική ρίζα της εξίσωσης (5-3) δίνει και άλλο ένα πολύ μεγάλο λόγο διαμέτρων r που επιτυγχάνει τα ίδια β , γ_s ο οποίος δεν έχει καμία πρακτική σημασία).

Οι εξισώσεις (5-4) και (5-5) για τις ποσότητες q και r απεικονίζονται στο ακόλουθο Σχήμα 5-2 συναρτήσει του βαθμού απόσβεσης β και της διατμητικής παραμόρφωσης γ_s για τυπικές τιμές των σταθερών ποσοτήτων $G=0.7\text{MPa}$, $f_{ypb}=10.0\text{MPa}$, $K_e/K_p=10$. Και οι δύο ποσότητες αυξάνουν όσο αυξάνουν τα β και γ_s .



Σχήμα 5-2 Αδιάστατη Χαρακτηριστική Δύναμη q και Αντίστοιχος Λόγος Διαμέτρων r

Επειδή οι γραφικές παραστάσεις των ποσοτήτων q και r συναρτήσει των β και γ_s είναι γνησίως μονότονες και στις δύο διευθύνσεις συμπεραίνουμε ότι μία λύση η οποία επιτυγχάνει δεδομένο ζευγάρι β και γ_s έχει οπωσδήποτε χαρακτηριστική δύναμη q και λόγο διαμέτρων r που ορίζονται από τις εξισώσεις (5-4) και (5-5). Επιπλέον για δεδομένο λόγο διαμέτρων r , στην τομή του επιπέδου Φ_{ext} , t_r που του αντιστοιχεί, κάθε καμπύλη σταθερού βαθμού απόσβεσης β συμπίπτει με μία δεδομένη καμπύλη σταθερής διατμητικής παραμόρφωσης γ_s και το αντίστροφο έτσι ώστε να πληρούνται οι εξισώσεις (5-4) και (5-5). Δηλαδή σε δεδομένο επίπεδο Φ_{ext} , t_r οι καμπύλες σταθερού β και σταθερής γ_s έχουν την ίδια μορφή (παράλληλες καμπύλες).

5.4.2 Η σταθερά C με διαστάσεις μήκους

Η παραδοχή του φάσματος σταθερής ταχύτητας μαζί με την παραδοχή του διγραμμικού υστερητικού μοντέλου μπορούν να συνδυαστούν για την αναγνώριση μιας ακόμα σταθερής ποσότητας για λύσεις που επιτυγχάνουν δεδομένο βαθμό απόσβεσης β και διατμητική παραμόρφωση γ_s . Η σταθερά C θα επιτρέψει την εύρεση της εξίσωσης των καμπύλων σταθερού β και σταθερής γ_s σε δεδομένο επίπεδο Φ_{ext}, t_r .

Η ενεργός ακαμψία του εφεδράνου μπορεί να εκφραστεί με βάση την αδιάστατη χαρακτηριστική δύναμη q ως εξής :

$$K_{eff} = K_p + \frac{Q}{D} = \frac{GA_r}{t_r} + \frac{qGA_r}{\gamma_s t_r} \Rightarrow K_{eff} = \frac{GA_r(\gamma_s + q)}{\gamma_s t_r} \quad (5-6)$$

Επιπλέον επιλύοντας την εξίσωση (5-1) ο συντελεστής απόσβεσης B μπορεί να εκφραστεί αντικαθιστώντας την προηγούμενη σχέση (5-6) ως :

$$B = \frac{C_v T}{D} = \frac{C_v 2\pi \sqrt{m / K_{eff}}}{\gamma_s t_r} \Rightarrow B = 2\pi C_v \sqrt{\frac{P}{GA_r t_r} \cdot \frac{1}{g\gamma_s(\gamma_s + q)}} \quad (5-7)$$

Λύσεις οι οποίες επιτυγχάνουν δεδομένο βαθμό απόσβεσης β και διατμητική παραμόρφωση γ_s έχουν προφανώς και δεδομένο τον καθορισμένο από τον κανονισμό συντελεστή απόσβεσης B ο οποίος εξαρτάται μονοσήμαντα από τον βαθμό απόσβεσης β . Συνεπώς η σχέση (5-7) δείχνει ότι η ποσότητα $C = GA_r t_r / P$ με διαστάσεις μήκους είναι επίσης σταθερή. Επιλύοντας την εξίσωση (5-7) ως προς C έχουμε :

$$C = \frac{GA_r t_r}{P} = \frac{4\pi^2 C_v^2}{\gamma_s B^2 g(\gamma_s + q)} \quad (5-8)$$

Η σχέση (5-8) ορίζει την σταθερά C η οποία εκφράζει την συσχέτιση μεταξύ των αρχικών ανεξάρτητων μεταβλητών Φ_{ext} και t_r του προβλήματος για λύσεις που επιτυγχάνουν δεδομένο βαθμό απόσβεσης β και διατμητική παραμόρφωση γ_s . Κατά συνέπεια δίνει την εξίσωση των καμπύλων σταθερού β και σταθερής γ_s στο επίπεδο Φ_{ext}, t_r . Συσχετίζοντας την επιφάνεια του συγκολλημένου ελαστικού A_r με την εξωτερική διάμετρο Φ_{ext} έχουμε :

$$A_r = \frac{\pi}{4} (\Phi_{ext}^2 - \Phi_{int}^2) \Rightarrow A_r = (1-r^2) \frac{\pi \Phi_{ext}^2}{4} \quad (5-9)$$

Οπότε η εξίσωση των καμπύλων σταθερού β και σταθερής γ_s στο επίπεδο Φ_{ext}, t_r γίνεται

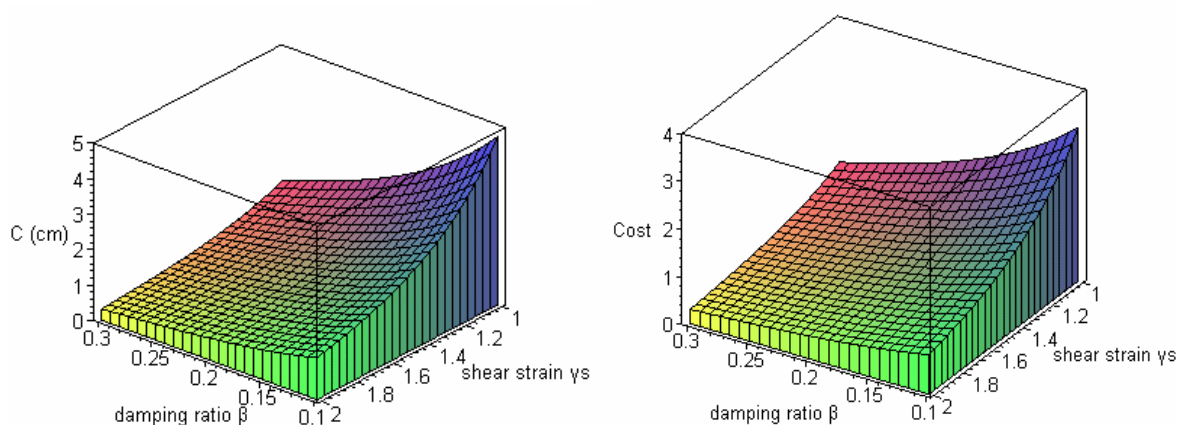
$$C = \frac{GA_r t_r}{P} = \frac{G\pi}{4P} (1-r^2) \Phi_{ext}^2 t_r \Rightarrow \Phi_{ext} = \sqrt{\frac{4PC}{G\pi(1-r^2)} \frac{1}{t_r}} \quad (5-10)$$

Επιπλέον η σταθερά C μπορεί να συσχετιστεί με το κόστος των υλικών του εφεδράνου που ορίζει η σχέση (5-1). Προκύπτει ότι :

$$\begin{aligned} \text{cost} &= (C_R A_r + C_L A_{pb}) t_r = \left(C_R A_r + \frac{C_L}{f_{ypb}} Q \right) t_r = \left(C_R + \frac{G}{f_{ypb}} C_L q \right) A_r t_r \Rightarrow \\ \text{cost} &= \left(C_R + \frac{G}{f_{ypb}} C_L q \right) \frac{CP}{G} \end{aligned} \quad (5-11)$$

Η προηγούμενη σχέση δείχνει ότι και το κόστος των υλικών του εφεδράνου για λύσεις που επιτυγχάνουν δεδομένο βαθμό απόσβεσης β και διατμητική παραμόρφωση γ_s είναι και αυτό σταθερό μαζί με τις ποσότητες q και C . Κατά συνέπεια και οι καμπύλες σταθερού κόστους έχουν την ίδια μορφή με τις καμπύλες σταθερού β και σταθερής γ_s όπως υπαγορεύει η σχέση (5-10).

Οι εξισώσεις (5-8) και (5-11) για την ποσότητες C και το αντίστοιχο κόστος εφεδράνου απεικονίζονται στο ακόλουθο Σχήμα 5-3 συναρτήσει του βαθμού απόσβεσης β και της διατμητικής παραμόρφωσης γ_s , για τυπικές τιμές των σταθερών ποσοτήτων $G=0.7\text{MPa}$, $f_{ypb}=10.0\text{MPa}$, $K_e/K_p=10$, $C_v=0.139\text{m/sec}$, $P=1000\text{KN}$, συντελεστή απόσβεσης B κατά IBC-2000, $C_R=45768 \text{ \$/m}^3$ και $C_L=122047 \text{ \$/m}^3$. Και οι δύο ποσότητες μειώνονται όσο αυξάνουν τα β και γ_s . Κατά συνέπεια το ελάχιστο δυνατό κόστος επιτυγχάνεται για τις μέγιστες δυνατές τιμές των β και γ_s .



Σχήμα 5-3 Σταθερά με Διαστάσεις Μήκους C και Αντίστοιχο Κόστος Εφεδράνου

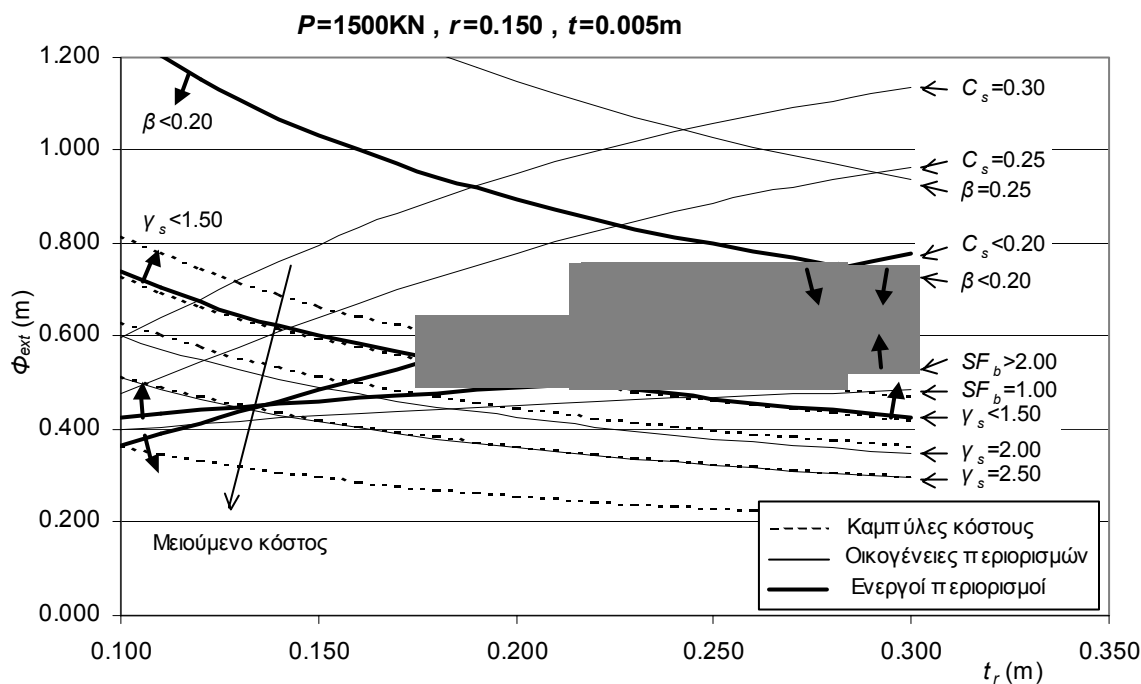
Θέτοντας τις μέγιστες δυνατές τιμές της απόσβεσης β_{\max} και της διατμητικής παραμόρφωσης $\gamma_{s,\max}$ σύμφωνα με τον δεύτερο και τρίτο περιορισμό του προβλήματος βελτιστοποίησης στις σχέσεις (5-4), (5-5) και (5-8) έχουμε αντίστοιχα την αδιάστατη χαρακτηριστική δύναμη q , τον λόγο διαμέτρων r και την ποσότητα C τα οποία οδηγούν στο ελάχιστο δυνατό κόστος. Αντικαθιστώντας αυτές τις ποσότητες στην εξίσωση (5-10) έχουμε τα ζεύγη Φ_{ext} , t_r τα οποία συνεπάγονται το ελάχιστο δυνατό κόστος και στην εξίσωση (5-11) έχουμε την τιμή του ελάχιστου δυνατού κόστους. Η καμπύλη του ελάχιστου δυνατού κόστους στο επίπεδο Φ_{ext} , t_r ταυτίζεται με τις καμπύλες μέγιστου επιτρεπτού β και μέγιστης επιτρεπτής γ_s σε αυτό το επίπεδο. Μικρότερο κόστος υλικών μπορεί να επιτευχθεί μόνο αν επιτραπούν μεγαλύτερες τιμές για τον βαθμό απόσβεσης β και την διατμητική παραμόρφωση γ_s από τις μέγιστες επιτρεπτές του δεύτερου και τρίτου περιορισμού.

5.4.3 Γραφική Απεικόνιση του Προβλήματος Βελτιστοποίησης του Απλού LRB

Τα προηγούμενα συμπεράσματα μπορούν να επαληθευθούν γραφικά μέσω του *Solver*, σχεδιάζοντας την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς του προβλήματος στο επίπεδο δυο ανεξάρτητων μεταβλητών ενώ η τρίτη παίρνει συγκεκριμένη τιμή. Τα επόμενα αναφέρονται σε τυπικές τιμές των σταθερών ποσοτήτων $t=0.005\text{m}$, $G=0.7\text{MPa}$, $f_{ypb}=10.0\text{MPa}$, $K_e/K_p=10$, $C_v=0.139\text{m/sec}$,

$P=1500\text{KN}$, συντελεστή απόσβεσης B κατά IBC-2000, $C_R=45768 \text{ \$/m}^3$ και $C_L=122047 \text{ \$/m}^3$.

Στο Σχήμα 5-4 που ακολουθεί φαίνεται τομή στο επίπεδο Φ_{ext} , t_r για λόγο διαμέτρων $r=0.150$.



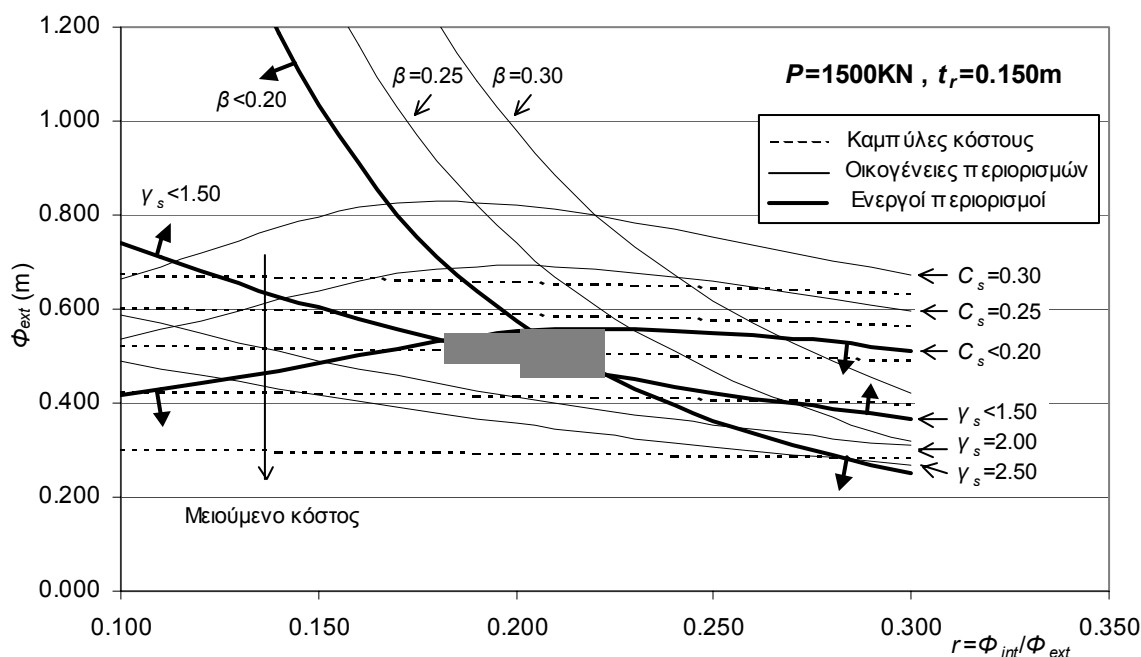
Σχήμα 5-4 Τομή στο Επίπεδο Φ_{ext} , t_r για Λόγο Διαμέτρων $r=0.150$

Είναι εμφανές ότι οι οικογένειες καμπυλών σταθερής απόσβεσης β , σταθερής διατμητικής παραμόρφωσης γ_s και οι καμπύλες σταθερού κόστους έχουν όλες την ίδια μορφή (παράλληλες καμπύλες). Ο τρόπος που περιορίζει ο κάθε περιορισμός το χωρίο των δυνατών λύσεων (γραμμοσκιασμένο στο σχήμα) φαίνεται με την βοήθεια των βελών και είναι αναμενόμενος: ο περιορισμός απόσβεσης β προς μικρά Φ_{ext} και μικρά t_r , ο περιορισμός διατμητικής παραμόρφωσης γ_s προς μεγάλα Φ_{ext} και μεγάλα t_r , ο περιορισμός συντελεστή ασφαλείας σε λυγισμό SF_b προς μεγάλα Φ_{ext} και μικρά t_r , ο περιορισμός συντελεστή τέμνουσας βάσης C_s προς μικρά Φ_{ext} και μεγάλα t_r . Οι καμπύλες σταθερού κόστους έχουν μειωμένη τιμή προς τα μικρά Φ_{ext} και μικρά t_r .

Αφού οι καμπύλες σταθερής απόσβεσης β , σταθερής διατμητικής παραμόρφωσης γ_s και σταθερού κόστους έχουν όλες την ίδια μορφή στο επίπεδο Φ_{ext} , t_r τότε για να

κατανοήσουμε την συμπεριφορά των καμπύλων αυτών για τα διάφορα r αρκεί να εξετάσουμε μια τομή στο επίπεδο Φ_{ext} , r το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο των Φ_{ext} , t_r . Η ιεράρχηση των καμπύλων σταθερού β , σταθερής γ_s και σταθερού κόστους (δηλαδή ποια είναι από πάνω και ποια είναι από κάτω) για δεδομένο λόγο διαμέτρων r παραμένει ίδια για κάθε t_r αφού οι καμπύλες αυτές είναι παράλληλες.

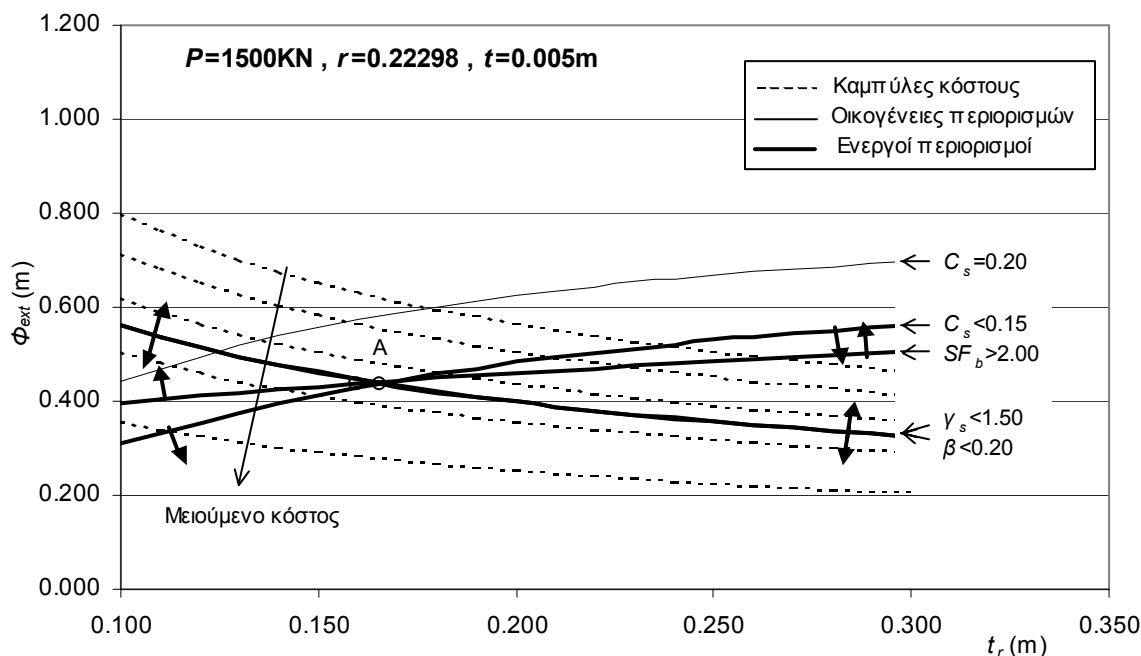
Στο Σχήμα 5-5 που ακολουθεί φαίνεται τομή στο επίπεδο Φ_{ext} , r για συνολικό πάχος ελαστικού $t_r=0.150\text{m}$.



Σχήμα 5-5 Τομή στο Επίπεδο Φ_{ext} , r για Συνολικό Πάχος Ελαστικού $t_r=0.150\text{m}$

Σε αυτό το επίπεδο οι καμπύλες σταθερής απόσβεσης β και σταθερής διατμητικής παραμόρφωσης γ_s διαρκώς πλησιάζουν για αυξανόμενους λόγους διαμέτρων r περιορίζοντας όλο και περισσότερο τις μεταξύ τους δυνατές λύσεις. Αυτό το πλησίασμα γίνεται προς περιοχές μικρότερου κόστους όπως υποδηλώνουν οι καμπύλες σταθερού κόστους. Τελικά οι δύο καμπύλες τέμνονται. Ο λόγος διαμέτρων για τον οποίο τέμνονται μπορεί πολύ εύκολα να προσδιοριστεί αντικαθιστώντας της μέγιστες δυνατές τιμές της απόσβεσης $\beta=0.20$ και της διατμητικής παραμόρφωσης $\gamma_s=1.50$ στις εξισώσεις (5-4) και (5-5). Προκύπτει $r=0.22298$. Αυτός είναι ο μεγαλύτερος δυνατός

λόγος διαμέτρων r και για αυτό το r προκύπτει το ελάχιστο δυνατό κόστος. Η τομή στο επίπεδο Φ_{ext} , t_r για αυτό το r φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα 5-6.



Σχήμα 5-6 Τομή στο Επίπεδο Φ_{ext} , t_r για τον Μέγιστο Δυνατό Λόγο Διαμέτρων $r=0.22298$

Όπως είναι αναμενόμενο οι καμπύλες των περιορισμών απόσβεσης $\beta < 0.20$ και διατμητικής παραμόρφωσης $\gamma_s < 1.50$ συμπίπτουν. Συνεπώς το χωρίο των δυνατών λύσεων εκφυλίζεται σε κάποιο τμήμα αυτής της κοινής καμπύλης. Οι λύσεις πάνω σε αυτό το μονοδιάστατο χωρίο συνεπάγονται το ελάχιστο δυνατό κόστος. Η εξίσωση αυτής της καμπύλης είναι γνωστή αντικαθιστώντας στην σχέση (5-10) τις τιμές των q , r , C οι οποίες αντιστοιχούν στον μέγιστο δυνατό βαθμό απόσβεσης $\beta=0.20$ και στην μέγιστη δυνατή διατμητική παραμόρφωση $\gamma_s=1.50$. Έτσι το πρόβλημα βελτιστοποίησης εκφυλίζεται από πρόβλημα τριών ανεξαρτήτων μεταβλητών σε πρόβλημα μιας μόνο ανεξάρτητης μεταβλητής. Η ανεξάρτητη μεταβλητή που απομένει, έστω το συνολικό πάχος του ελαστικού t_r , μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι υπόλοιποι περιορισμοί απόδοσης της σεισμικής μόνωσης και επάρκειας του εφεδράνου.

Το επόμενο βήμα είναι να εξεταστεί η συμπεριφορά των υπολοίπων περιορισμών πάνω σε αυτό το μονοδιάστατο χωρίο των δυνατών λύσεων. Ο συντελεστής τέμνουσας βάσης C_s μπορεί να γραφεί αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (5-6) και (5-8) ως :

$$C_s = \frac{K_{eff} D}{P} = \frac{K_{eff} \gamma_s t_r}{P} = \frac{GA_r (\gamma_s + q)}{P} \Rightarrow C_s = C(\gamma_s + q)/t_r \quad (5-12)$$

Όμοια η ιδιοπερίοδος T του συστήματος γράφεται ως :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{P/g}{K_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{P\gamma_s t_r}{GA_r g(\gamma_s + q)}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma_s}{Cg(\gamma_s + q)}} \cdot t_r \quad (5-13)$$

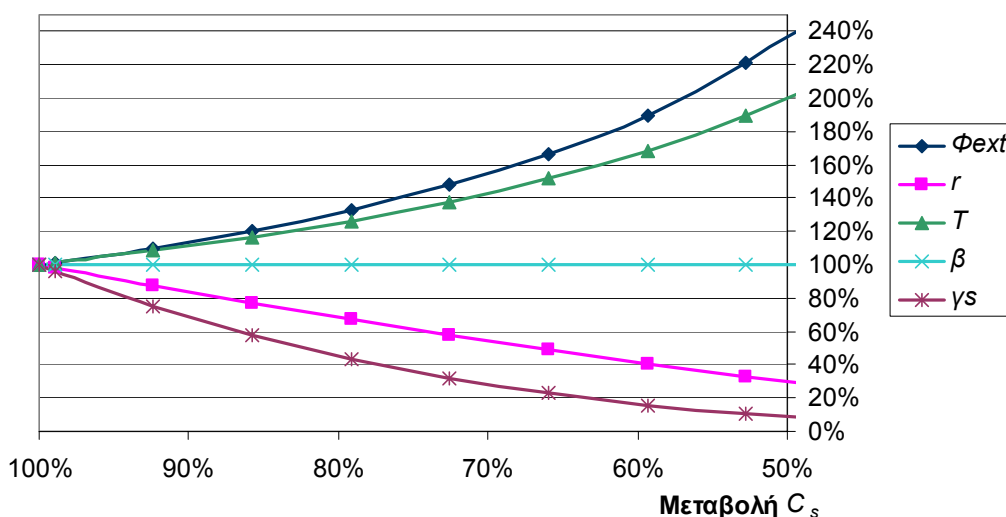
Και οι δύο εκφράσεις δείχνουν ότι η απόδοση του συστήματος σεισμικής μόνωσης αυξάνει όσο αυξάνει το συνολικό ύψος του ελαστικού t_r για λύσεις οι οποίες επιτυγχάνουν δεδομένο βαθμό απόσβεσης β και διατμητική παραμόρφωση γ_s .

Επομένως η λύση με το ελάχιστο δυνατό κόστος η οποία έχει την μεγαλύτερη απόδοση σεισμικής μόνωσης είναι το σημείο Α στο Σχήμα 5-6. Δηλαδή είναι η τομή της κοινής καμπύλης των περιορισμών β και γ_s με την καμπύλη του περιορισμού συντελεστή ασφαλείας σε λυγισμό SF_b . Επειδή οι περιορισμοί επάρκειας του εφεδράνου όπως ο περιορισμός συντελεστή ασφαλείας σε λυγισμό SF_b εκφράζονται με πολύπλοκες μη γραμμικές εκφράσεις περαιτέρω ανάλυση για τον προσδιορισμό του σημείου Α σε αναλυτική μορφή είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Συνεπώς το πάχος ελαστικού t_r που αντιστοιχεί στο σημείο Α θα πρέπει να αναζητηθεί με κάποια επαναληπτική μέθοδο επίλυσης μη-γραμμικών εξισώσεων εφαρμοζόμενη πάνω στο μονοδιάστατο χωρίο της κοινής καμπύλης των περιορισμών β και γ_s . Η επίλυση αυτή μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Να βρεθεί το πάχος ελαστικού t_r έτσι ώστε ο συντελεστής ασφαλείας σε λυγισμό SF_b να γίνεται ίσος με την ελάχιστη επιτρεπτή τιμή του.

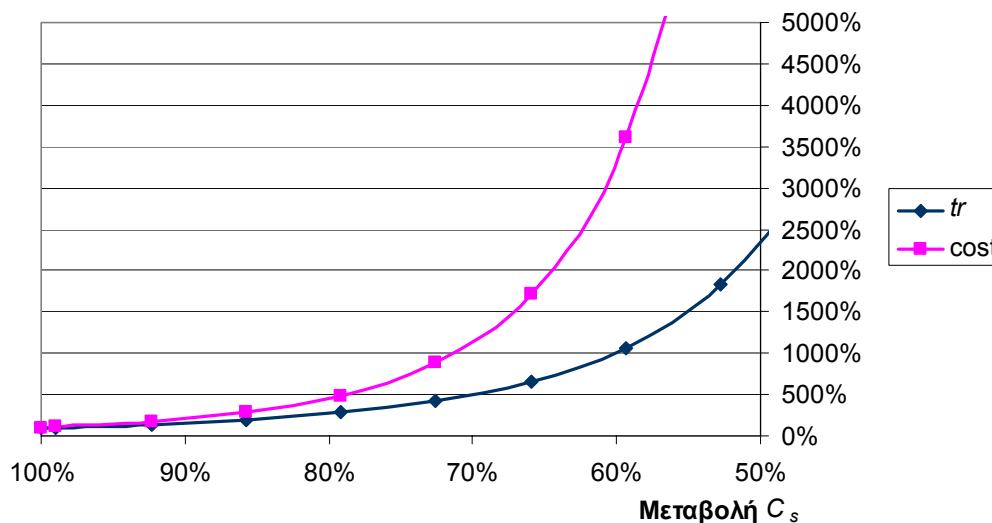
Σε αυτή την διαδικασία ο λόγος διαμέτρων r είναι ήδη γνωστός και η εξωτερική διάμετρος Φ_{ext} εξαρτάται από το πάχος t_r σύμφωνα με την σχέση (5-10).

Εάν η λύση αυτή πληροί τους περιορισμούς απόδοσης της σεισμικής μόνωσης τότε είναι η ζητούμενη λύση του προβλήματος. Εάν όχι τότε πρέπει να αναζητηθεί λύση μεγαλύτερης απόδοσης. Αυτή η λύση θα έχει οπωσδήποτε μεγαλύτερο κόστος και οπωσδήποτε τουλάχιστον μία από τις τιμές των περιορισμών β και γ_s δεν θα έχει την μέγιστη επιτρεπτή τιμή της. Στα ακόλουθα Σχήμα 5-7 και Σχήμα 5-8 φαίνεται η μεταβολή των διαφόρων ποσοτήτων του σχεδιασμού σε σχέση με τις αντίστοιχες ποσότητες της λύσης ελάχιστου κόστους για διαρκώς αυξανόμενη απαίτηση απόδοσης της σεισμικής μόνωσης (διαρκώς μειούμενο συντελεστή τέμνουσας βάσης C_s). Τα αποτελέσματα προέκυψαν με επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB στην αρχική του μορφή μέσω του *Solver*.



Σχήμα 5-7 Λύσεις Μεγαλύτερης Απόδοσης – Μεταβολή Ποσοτήτων Φ_{ext} , r , T , β , γ_s

Το πρώτο συμπέρασμα είναι ότι οι λύσεις μεγαλύτερης απόδοσης προκύπτουν όλες για απόσβεση β ίση με την μέγιστη επιτρεπτή τιμή και διαρκώς μειούμενη διατμητική παραμόρφωση γ_s . Στα επόμενα θα υποθέσουμε ότι αυτό το συμπέρασμα ισχύει και για όλα τα υπόλοιπα προβλήματα βελτιστοποίησης απλού LRB, και οι λύσεις μεγαλύτερης απόδοσης θα αναζητούνται για απόσβεση β ίση με την μέγιστη επιτρεπτή τιμή και διαρκώς μειούμενη διατμητική παραμόρφωση γ_s . Η πρόταση αυτή όπως διαπιστώνεται ισχύει για τα συνήθη συστήματα σεισμικής μόνωσης.



Σχήμα 5-8 Λύσεις Μεγαλύτερης Απόδοσης – Μεταβολή Ποσοτήτων t_r και Κόστους

Σύμφωνα με την προηγούμενη υπόθεση το πρόβλημα βελτιστοποίησης του απλού LRB μπορεί επεκταθεί με επαναληπτικό τρόπο ώστε να δίνει και λύσεις μεγαλύτερης απόδοσης από αυτή της λύσης ελάχιστου κόστους ως εξής :

Εφαρμογή του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB για τον μέγιστο επιτρεπτό βαθμό απόσβεσης β και την μέγιστη επιτρεπτή διατμητική παραμόρφωση γ_s . Αν η απόδοση του συστήματος σεισμικής μόνωσης είναι μικρότερη της επιθυμητής (δηλαδή ο συντελεστής τέμνουσας βάσης C_s είναι μεγαλύτερος του επιθυμητού) τότε πρέπει να αναζητηθεί μικρότερη τιμή της γ_s έτσι ώστε η απόδοση να είναι ακριβώς ίση με την επιθυμητή. Ο βαθμός απόσβεσης θα έχει πάντα την μέγιστη επιτρεπτή τιμή του.

Επιπλέον το Σχήμα 5-7 και το Σχήμα 5-8 δείχνουν ότι ο λόγος διαμέτρων r που αντιστοιχεί στις λύσεις μεγαλύτερης απόδοσης μειώνεται σχεδόν γραμμικά καθώς αυξάνει η απόδοση της μόνωσης. Από την άλλη σχεδόν εκθετικά αυξάνει η εξωτερική διάμετρος Φ_{ext} και η ιδιοπερίοδος T των λύσεων. Πολύ πιο έντονη εκθετική αύξηση

παρατηρείται στο συνολικό πάχος του ελαστικού t_r κάτι για το οποίο οφείλεται και η έντονη εκθετική αύξηση του κόστους των λύσεων. Για παράδειγμα για αύξηση της απόδοσης κατά 20% το κόστος της λύσης γίνεται 5 φορές μεγαλύτερο. Συνεπώς μόνο μικρές αυξήσεις της απόδοσης της σεισμικής μόνωσης μπορούν να επιτευχθούν για λογικές αυξήσεις του κόστους. Ένα ακόμη συμπέρασμα είναι ότι η απόδοση της σεισμικής μόνωσης μπορεί να γίνει οσοδήποτε μεγάλη επιθυμείται. Απλά μεγάλη αύξηση της απόδοσης συνεπάγεται τεράστια αύξηση του κόστους.

Ένα ακόμα συμπέρασμα το οποίο προκύπτει είναι ότι για λύσεις αυξανόμενης απόδοσης θα αυξάνει διαρκώς και η μετατόπιση του συστήματος $D=\gamma_s t_r$. Επειδή οι λύσεις αυξημένης απόδοσης προκύπτουν όλες για ίδια τιμή της απόσβεσης β (δηλαδή την μέγιστη επιτρεπτή) συμπεραίνουμε ότι η μεταβολή της μετατόπισης D πρέπει να είναι ανάλογη με την μεταβολή της ιδιοπεριόδου T σύμφωνα με την σχέση $D = C_v T / B$. Συνεπώς ο δευτερεύων περιορισμός της μέγιστης επιτρεπτής μετατόπισης $D \leq D_{\max}$ περιορίζει την μέγιστη δυνατή αύξηση της απόδοσης της σεισμικής μόνωσης.

5.5 Απλοποιημένη Μορφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης του Απλού LRB

Η προηγούμενη διερεύνηση επαρκεί για να διατυπωθεί μια απλοποιημένη μορφή του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB. Το απλοποιημένο πρόβλημα συνίσταται στην επίλυση μέσω επαναληπτικής σχέσης μίας εξίσωσης μίας ανεξάρτητης μεταβλητής οπότε μπορεί να περιγραφεί πολύ απλά σε αλγοριθμική μορφή :

1. Τίθενται για τον βαθμό απόσβεσης β και την διατμητική παραμόρφωση γ_s οι μέγιστες επιτρεπτές τιμές τους σύμφωνα με τους αντίστοιχους περιορισμούς.
2. Υπολογισμός του αντίστοιχου λόγου διαμέτρων r και των ποσοτήτων q , C σύμφωνα με τις εξισώσεις (5-4), (5-5) και (5-8).

3. Εφαρμόζεται επαναληπτική διαδικασία προσδιορισμού της ανεξάρτητης μεταβλητής t_r , με εξαρτημένη μεταβλητή την Φ_{ext} σύμφωνα με την σχέση (5-10), έτσι ώστε ο κρίσιμος περιορισμός επάρκειας του εφεδράνου να ικανοποιείται ως ισότητα (συνήθως κρίσιμος είναι ο περιορισμός ελάχιστου επιτρεπτού συντελεστή ασφαλείας σε λυγισμό SF_b).
4. Έλεγχος ικανοποίησης του περιορισμού απόδοσης της σεισμικής μόνωσης. Αν ισχύει τότε αυτή είναι η βέλτιστη λύση. Αν όχι τότε αναζητείται μικρότερη τιμή της διατμητικής παραμόρφωσης γ_s έτσι ώστε ο περιορισμός απόδοσης να πληρείται ως ισότητα.. Ο λόγος απόσβεσης β διατηρεί την μέγιστη τιμή του και η διαδικασία επαναλαμβάνεται από το βήμα 2.

5.6 Επέκταση στην Βελτιστοποίηση Σεισμικής Μόνωσης Πολλών Εφεδράνων LRB

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης του απλού LRB μπορεί να εφαρμοστεί αμέσως για την βελτιστοποίηση συστημάτων σεισμικής μόνωσης αποτελούμενων από εφέδρανα τα οποία έχουν κοινά στοιχεία το συνολικό πάχος ελαστικού t_r και τον λόγο διαμέτρων r , αλλά που μπορεί να έχουν μία ή περισσότερες διαφορετικές εξωτερικές διαμέτρους Φ_{ext} . Επίσης κοινές πρέπει να είναι οι ιδιότητες των υλικών $G, f_{ypb}, K_e/K_p$ αλλά μπορεί να είναι διαφορετικά τα πάχη των στρώσεων t από τα οποία συντίθεται το κοινό ύψος t_r . Για τα εφέδρανα της κάτοψης πρέπει να έχει προαποφασιστεί η ομαδοποίηση των τύπων εφεδράνων, δηλαδή ποια εφέδρανα θα έχουν κοινή διάμετρο.

Οι παραπάνω παραδοχές κοινού συνολικού πάχους ελαστικού t_r και κοινών ιδιοτήτων υλικών G, f_{ypb} ικανοποιούνται από όλα τα πρακτικά συστήματα σεισμικής μόνωσης. Όμως η παραδοχή κοινού λόγου διαμέτρων r και κοινού λόγου ακαμψιών K_e/K_p για όλα τα εφέδρανα της κάτοψης δεν ισχύει πάντα στα συνήθη συστήματα σεισμικής μόνωσης. Η παραδοχή αυτή είναι ουσιώδης για την επέκταση του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB. Όπως μπορεί να αποδειχθεί η παραδοχή αυτή συνεπάγεται κοινή μετατόπιση διαρροής D_y για όλα τα εφέδρανα.

Η επέκταση του προβλήματος συνεπάγεται δύο παραδοχές. Πρώτον η διατμητική παραμόρφωση γ_s και οι περιορισμοί επάρκειας των εφεδράνων αντιστοιχούν στην μετατόπιση του κέντρου ακαμψίας της σεισμικής μόνωσης και όχι στην μετατόπιση κάθε εφεδράνου ξεχωριστά, η οποία είναι μεγαλύτερη λόγω της στρεπτικής κίνησης του διαφράγματος. Ένας τρόπος να ξεπεραστεί αυτή η ανακρίβεια είναι με την υιοθέτηση πιο αυστηρών τιμών στα όρια που επιβάλλουν οι αντίστοιχοι περιορισμοί ώστε να υπάρχει περιθώριο για τις επιπλέον μετακινήσεις λόγω στρέψης. Δεύτερον η ανωδομή θεωρείται τελείως άκαμπτη. Η παραδοχή αυτή έχει καλύτερη εφαρμογή όσο πιο άκαμπτη είναι η πακτωμένη στην βάση ανωδομή σε σχέση με την ιδιοπερίοδο της σεισμικής μόνωσης.

Όπως θα αποδειχθεί στις επόμενες γραμμές η βελτιστοποίηση του παραπάνω συστήματος σεισμικής μόνωσης εφεδράνων LRB μπορεί να πραγματοποιηθεί με την εφαρμογή του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB για ένα ισοδύναμο απλό LRB. Το ισοδύναμο απλό LRB ορίζεται ως αυτό που έχει τον μέσο όρο των επιφανειών ελαστικού A_r και των φορτίων P των εφεδράνων της κάτοψης. Η εξωτερική διάμετρος Φ_{ext} είναι τέτοια ώστε να ισχύει η πρώτη απαίτηση. Όλες οι υπόλοιπες ποσότητες όπως το συνολικό πάχος ελαστικού t_r και οι υπόλοιπες ιδιότητες των υλικών είναι ίδιες με τις κοινές τιμές των εφεδράνων της κάτοψης. Πάχος στρώσης ελαστικού t δεν απαιτείται. Ο ακόλουθος πίνακας συνοψίζει τις ιδιότητες του ισοδύναμου απλού LRB οι οποίες στο εξής θα συμβολίζονται με επιγραμμή.

Πίνακας 5-1 Ιδιότητες του Ισοδύναμου Απλού LRB

Εξ. διάμετρος	Λόγος διαμέτρων	Συν. πάχος ελαστικού	Πάχος στρώσης	Υπόλοιπες ιδιότητες
$\overline{\Phi}_{ext} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \Phi_{ext,i}^2\right)/n}$	$\overline{r} = r$	$\overline{t}_r = t_r$	$\overline{t} = \Delta \text{εν απαιτείται}$	Ίδιες

όπου n ο αριθμός των εφεδράνων της κάτοψης. Ακόμα επειδή ο λόγος διαμέτρων r όλων των εφεδράνων της σεισμικής μόνωσης αλλά και του ισοδύναμου απλού LRB είναι ίδιοι συμπεραίνουμε από την σχέση (5-5) ότι και η αδιάστατη χαρακτηριστική

δύναμη q είναι κοινή. Η μετατόπιση διαρροής των εφεδράνων μπορεί να γραφεί συναρτήσει της αδιάστατης χαρακτηριστικής δύναμης q ως εξής:

$$D_y = \frac{Q}{K_e - K_p} = \frac{qGA_r}{\frac{GA_r}{t_r}(K_e/K_p - 1)} \Rightarrow D_y = \frac{qt_r}{(K_e/K_p - 1)} \quad (5-14)$$

Η προηγούμενη σχέση δείχνει ότι η παραδοχή κοινού λόγου διαμέτρων r και κοινού λόγου ακαμψιών K_e/K_p συνεπάγεται ότι όλα τα εφέδρανα καθώς και το ισοδύναμο απλό LRB έχουν κοινή μετατόπιση διαρροής D_y . Στην συνέχεια θα αποδειχθεί ότι η βελτιστοποίηση του συστήματος σεισμικής μόνωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί με την εφαρμογή του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB στο ισοδύναμο LRB της κάτοψης.

5.6.1 Απόδειξη Ισοδυναμίας Προβλημάτων Βελτιστοποίησης

Έστω D η μετατόπιση του συστήματος σεισμικής μόνωσης. Στις ακόλουθες σχέσεις γράφονται για το σύστημα σεισμικής μόνωσης η ενεργός ακαμψία K_{eff} , ο συντελεστής τέμνουσας βάσης C_s , η μάζα m , η καταναλισκόμενη ενέργεια ανά κύκλο ED , η ιδιοπερίοδος T και ο βαθμός απόσβεσης β συναρτήσει των ιδιοτήτων του ισοδύναμου απλού LRB (n ο αριθμός των εφεδράνων της κάτοψης).

$$\begin{aligned} K_{eff} &= \sum_{i=1}^n K_{eff,i} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{GA_{r,i}}{t_r} + \frac{qGA_{r,i}}{D} \right) = n \left(\frac{G\bar{A}_r}{t_r} + \frac{qG\bar{A}_r}{D} \right) \\ C_s &= \frac{\sum_{i=1}^n K_{eff,i} D}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{n \left(\frac{G\bar{A}_r}{t_r} + \frac{qG\bar{A}_r}{D} \right) D}{n\bar{P}} \\ m &= \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{g} = n \frac{\bar{P}}{g} \Rightarrow m = n\bar{m} \end{aligned} \quad (5-15)$$

$$ED = \sum_{i=1}^n 4Q(D - D_y) = \sum_{i=1}^n 4qGA_{r,i} \left(D - qt_r / (K_e/K_p - 1) \right) = n \left[4qG\bar{A}_r \left(D - qt_r / (K_e/K_p - 1) \right) \right]$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{nm}{n\left(\frac{GA_r}{t_r} + \frac{qGA_r}{D}\right)}} = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{m}}{\frac{GA_r}{t_r} + \frac{qGA_r}{D}}}$$

$$\beta = \frac{ED}{2\pi K_{eff} D^2} = \frac{n[4qGA_r(D - qt_r/(K_e/K_p - 1))]}{2\pi n\left(\frac{GA_r}{t_r} + \frac{qGA_r}{D}\right) D^2} = \frac{4qGA_r(D - qt_r/(K_e/K_p - 1))}{2\pi\left(\frac{GA_r}{t_r} + \frac{qGA_r}{D}\right) D^2}$$

Παρατηρούμε ότι οι παραπάνω σχέσεις για την ιδιοπερίοδο T και το βαθμό απόσβεσης β του συστήματος σεισμικής μόνωσης έχουν ακριβώς την ίδια μορφή με τις αντίστοιχες σχέσεις του ισοδύναμου LRB αν αντικατασταθεί όπου D η μετατόπιση του ισοδύναμου LRB \bar{D} . Οπότε οι σχέσεις που δίνουν τις μετατοπίσεις του συστήματος σεισμικής μόνωσης και του ισοδύναμου LRB είναι αντίστοιχα

$$D = \frac{C_v T(D)}{B(\beta(D))} \quad \text{και} \quad \bar{D} = \frac{C_v T(\bar{D})}{B(\beta(\bar{D}))} \quad (5-16)$$

Οι δύο πεπλεγμένες εξισώσεις ως προς D και \bar{D} έχουν ακριβώς τους ίδιους συντελεστές οπότε έχουν και την ίδια λύση. Έτσι οι μετατοπίσεις του συστήματος σεισμικής μόνωσης D και του ισοδύναμου απλού LRB \bar{D} είναι ακριβώς ίδιες. Κατά συνέπεια ίδιες είναι η διατμητική παραμόρφωση γ_s , ο βαθμός απόσβεσης β , η ιδιοπερίοδος T και ο συντελεστής τέμνουσας βάσης C_s .

Επιπλέον το μέσο κόστος ανά εφέδρανο του συστήματος σεισμικής μόνωσης ταυτίζεται με αυτό του ισοδύναμου απλού LRB :

$$\frac{\text{cost}}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{\left(C_R + \frac{C_L G}{f_{ypb}} q\right) A_{r,i} t_r}{n} = \left(C_R + \frac{C_L G}{f_{ypb}} q\right) \frac{n \bar{A}_r t_r}{n} = \left(C_R + \frac{C_L G}{f_{ypb}} q\right) \bar{A}_r t_r = \overline{\text{cost}} \quad (5-17)$$

Συνεπώς η εφαρμογή του προβλήματος βελτιστοποίησης του απλού LRB για το ισοδύναμο LRB της κάτοψης δίνει ίδιες τιμές για τους περιορισμούς βαθμού απόσβεσης β , διατμητικής παραμόρφωσης γ_s και τους περιορισμούς απόδοσης της μόνωσης με τις αντίστοιχες ποσότητες του συστήματος σεισμικής μόνωσης, εκφρασμένες για την μετατόπιση του κέντρου ακαμψίας της σεισμικής μόνωσης.

Επιπλέον το κόστος του ισοδύναμου LRB είναι ανάλογο με το κόστος της σεισμικής μόνωσης. Άρα τα δύο προβλήματα βελτιστοποίησης είναι ισοδύναμα για τους περιορισμούς αυτούς και για το κόστος υλικών. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και για τους περιορισμούς επάρκειας όπως θα δειχθεί στην παράγραφο 5.6.2

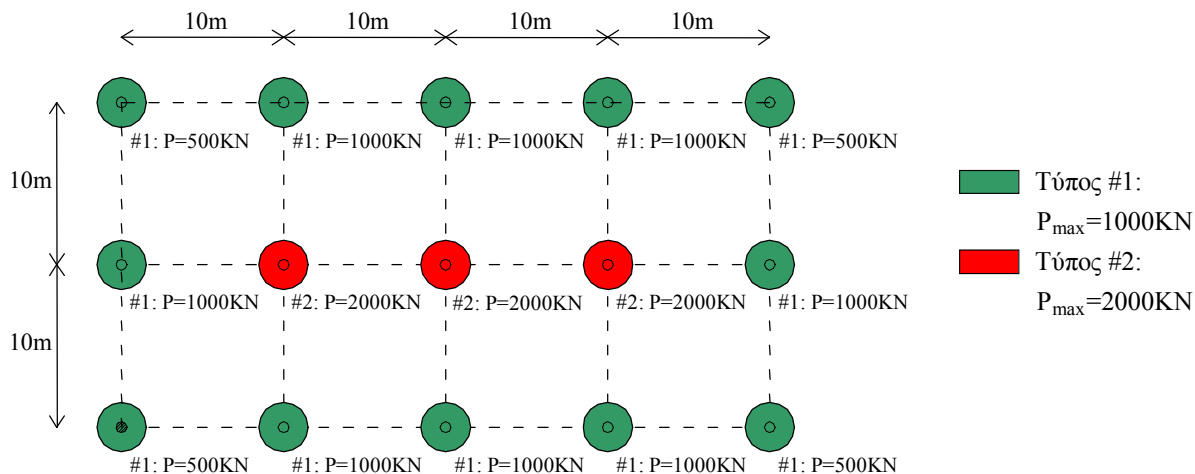
Λόγω των σχέσεων (5-14) και (5-15) συνεπάγεται ότι το ισοδύναμο LRB έχει μεταελαστική ακαμψία K_p και χαρακτηριστική δύναμη Q ίση με τον μέσο όρο του συστήματος σεισμικής μόνωσης, και ίδια μετατόπιση διαρροής D_y με την κοινή μετατόπιση διαρροής όλων των εφεδράνων. Κατά συνέπεια ο βρόχος υστέρησης του ισοδύναμου LRB ισούται με τον μέσο βρόχο υστέρησης του συστήματος σεισμικής μόνωσης ο οποίος είναι ίσος με τον συνολικό βρόχο υστέρησης με την δύναμη διαιρεμένη με τον αριθμό των εφεδράνων. Για τον λόγο αυτό τα δύο προβλήματα έχουν κοινές τιμές των περιορισμών της βελτιστοποίησης. Αν τα εφέδρανα της κάτοψης είχαν διαφορετικούς λόγους διαμέτρων r ή διαφορετικούς λόγους ακαμψιών K_e/K_p τότε δεν θα είχαν κοινή μετατόπιση διαρροής σύμφωνα με την σχέση (5-14). Κατά συνέπεια ο συνολικός βρόχος υστέρησης θα προέκυπτε πολυγραμμικός αντί για διγραμμικός. Επειδή το ισοδύναμο απλό LRB πρέπει να έχει διγραμμικό υστερητικό βρόχο δεν είναι δυνατή η άμεση εφαρμογή του.

5.6.2 Ισοδύναμη Καμπύλη των Περιορισμών Επάρκειας

Αντίθετα με τους υπόλοιπους περιορισμούς οι οποίοι αναφέρονται για το σύστημα σεισμικής μόνωσης συνολικά, οι περιορισμοί επάρκειας πρέπει να εκφραστούν για το εφέδρανο κάθε ομάδας της σεισμικής μόνωσης το οποίο έχει το μέγιστο φορτίο. Αυτό γιατί αν το δυσμενέστερα φορτισμένο εφέδρανο επαρκεί τότε επαρκούν και όλα τα υπόλοιπα εφέδρανα της ομάδας. Το γεγονός αυτό μπορεί να ληφθεί υπόψη μέσω μιας ισοδύναμης καμπύλης των περιορισμών επάρκειας η οποία αναφέρεται για το σύστημα σεισμικής μόνωσης συνολικά. Η διαδικασία βελτιστοποίησης που προκύπτει γίνεται κατανοητή με την βοήθεια ενός παραδείγματος.

Το ισοδύναμο απλό LRB θα εφαρμοστεί για την βελτιστοποίηση της παραπάνω εικονιζόμενης μονωμένης βάσης LRB η οποία αποτελείται από δύο διαφορετικούς τύπους εφεδράνων (#1 πράσινο και #2 κόκκινο στο σχήμα). Όλα τα εφέδρανα της βάσης έχουν κοινό λόγο διαμέτρων r και συνολικό πάχος ελαστικού t_r . Ο κάθε τύπος

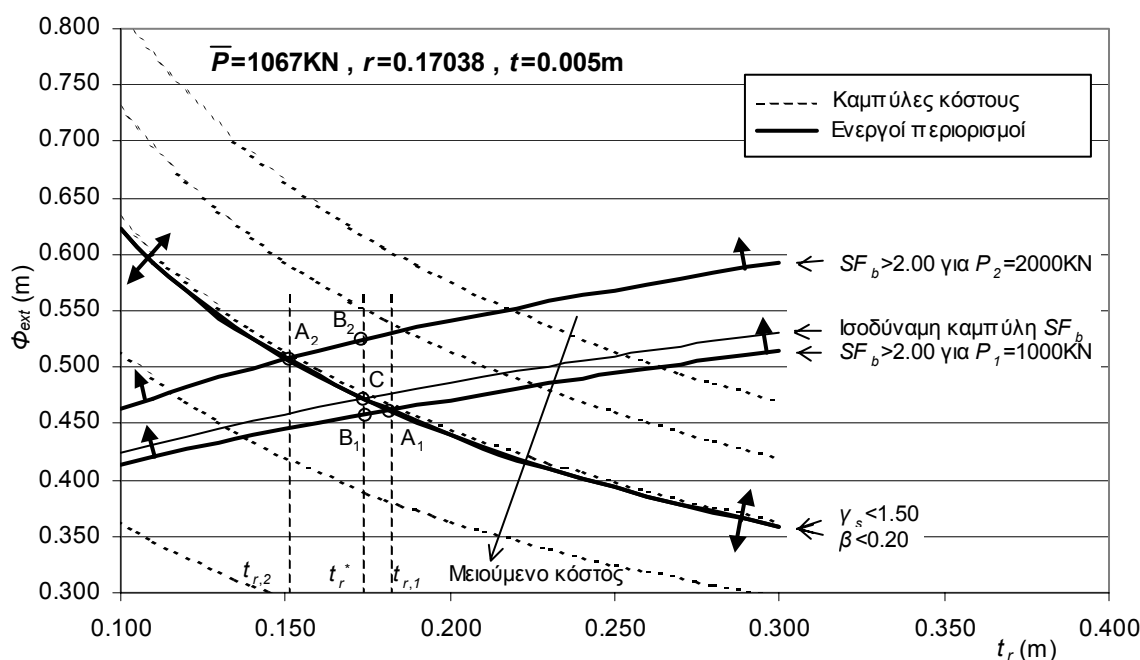
εφεδράνου έχει $n_1=12$ και $n_2=3$ εφεδράνα. Το μέγιστο κατακόρυφο φορτίο των δύο τύπων εφεδράνων είναι $P_1=1000\text{KN}$ και $P_2=2000\text{KN}$ αντίστοιχα. Το μέσο κατακόρυφο φορτίο όλης της κάτοψης είναι $\bar{P}=1067\text{KN}$.



Σχήμα 5-9 Κάτοψη Συστήματος Μόνωσης με 2 Τύπους Εφεδράνων

Ζητούνται οι βέλτιστες τιμές των εξωτερικών διαμέτρων των δύο τύπων εφεδράνων $\Phi_{ext,1}$ και $\Phi_{ext,2}$ και του η βέλτιστη τιμή του κοινού πάχους ελαστικού t_r . Το πρόβλημα υπόκειται στους γνωστούς περιορισμούς απόσβεσης β , διατμητικής παραμόρφωσης γ_s , απόδοσης μόνωσης και επάρκειας εφεδράνων. Οι σταθερές παράμετροι είναι $G=0.4\text{MPa}$, $K_e/K_p=10$ και $t=0.005\text{m}$ κοινό και για τους δύο τύπους εφεδράνων.

Στο Σχήμα 5-10 εικονίζονται οι περιορισμοί και οι καμπύλες κόστους του ισοδύναμου απλού LRB για την βέλτιστη τιμή του λόγου διαμέτρων $r=0.17038$ σύμφωνα με την παράγραφο 5.4. Τα σημεία πάνω στις ταυτισμένες καμπύλες των περιορισμών απόσβεσης β και διατμητικής παραμόρφωσης γ_s αντιπροσωπεύουν τιμές του συνολικού πάχους ελαστικού t_r και της μέσης επιφάνειας ελαστικού \bar{A}_r , οι οποίες οδηγούν στο ελάχιστο δυνατό κόστος υλικών. Ακόμα εικονίζονται οι καμπύλες επάρκειας που αφορούν τον περιορισμό του συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού SF_b για τα μέγιστα φορτία των δύο τύπων εφεδράνων (καμπύλες για $P_1=1000\text{KN}$ και $P_2=2000\text{KN}$ αντίστοιχα).



Σχήμα 5-10 Βελτιστοποίηση Συστήματος Σεισμικής Μόνωσης με 2 Τύπους Εφεδράνων

Αν μόνο ένας τύπος εφεδράνου ήταν να εφαρμοστεί, τότε οι αποδεκτές τιμές της κοινής εξωτερικής διαμέτρου Φ_{ext} πρέπει να βρίσκονται πάνω από την καμπύλη λυγισμού για το μέγιστο κατακόρυφο φορτίο της κάτοψης, δηλαδή άνω της καμπύλης λυγισμού για $P_2=2000\text{KN}$. Έτσι η λύση ελάχιστου κόστους με την μεγαλύτερη απόδοση της μόνωσης αντιπροσωπεύεται από το σημείο A_2 σύμφωνα με τα προηγούμενα.

Αν δύο τύποι εφεδράνων ήταν να εφαρμοστούν τότε οι τιμές των εξωτερικών διαμέτρων $\Phi_{ext,1}$ και $\Phi_{ext,2}$ των δύο τύπων εφεδράνων πρέπει να βρίσκονται άνω της αντίστοιχης καμπύλης λυγισμού. Επιπλέον τα σημεία που θα επιλεγούν πρέπει να έχουν κοινό συνολικό πάχος ελαστικού t_r και η μέση επιφάνεια ελαστικού $\overline{A_r}$ που προκύπτει πρέπει να αντιστοιχεί σε εξωτερική διάμετρο $\overline{\Phi_{ext}}$ η οποία να βρίσκεται πάνω στις ταυτισμένες καμπύλες των περιορισμών απόσβεσης β και διατμητικής παραμόρφωσης γ_s . Αυτό γιατί το ισοδύναμο LRB της κάτοψης πρέπει να αντιστοιχεί σε λύση ελάχιστου κόστους. Η πιο καλή επιλογή είναι όταν και οι δύο εξωτερικές διαμέτροι βρίσκονται ακριβώς πάνω στις αντίστοιχες καμπύλες λυγισμού γιατί αυτό συνεπάγεται το μέγιστο δυνατό πάχος ελαστικού t_r οπότε και την μέγιστη δυνατή απόδοση της μόνωσης. Η

προηγούμενη πρόταση είναι αληθής γιατί αν αυξηθεί παραπάνω το t_r τότε η μέση επιφάνεια ελαστικού $\overline{A_r}$ πρέπει να μειωθεί για να αντιστοιχεί σε λύση ελάχιστου κόστους οπότε τουλάχιστον μία από τις εξωτερικές διαμέτρους πρέπει να βρεθεί κάτω από την αντίστοιχη καμπύλη λυγισμού οπότε η λύση θα ήταν αδύνατη.

Στον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης μας βοηθάει η ισοδύναμη καμπύλη λυγισμού η οποία δίνει για συγκεκριμένο πάχος ελαστικού t_r την διάμετρο $\overline{\Phi_{ext}}(t_r)$ η οποία αντιστοιχεί σε ίδια μέση επιφάνεια ελαστικού $\overline{A_r}$ με την μέση επιφάνεια ελαστικού που προκύπτει από τις διαμέτρους των τύπων εφεδράνων όταν αυτές βρίσκονται πάνω στις αντίστοιχες καμπύλες λυγισμού. Αν το σύστημα σεισμικής μόνωσης αποτελείται από j τύπους εφεδράνων με n_j εφέδρανα ο κάθε ένας και $\Phi_{ext,i}(t_r)$ είναι η εξίσωση των καμπύλων λυγισμού του κάθε τύπου εφεδράνων τότε η ισοδύναμη καμπύλη λυγισμού δίνεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\overline{\Phi_{ext}}(t_r) = \sqrt{\frac{n_1 \Phi_{ext,1}^2(t_r) + n_2 \Phi_{ext,2}^2(t_r) + \dots + n_j \Phi_{ext,j}^2(t_r)}{n}} \quad (5-18)$$

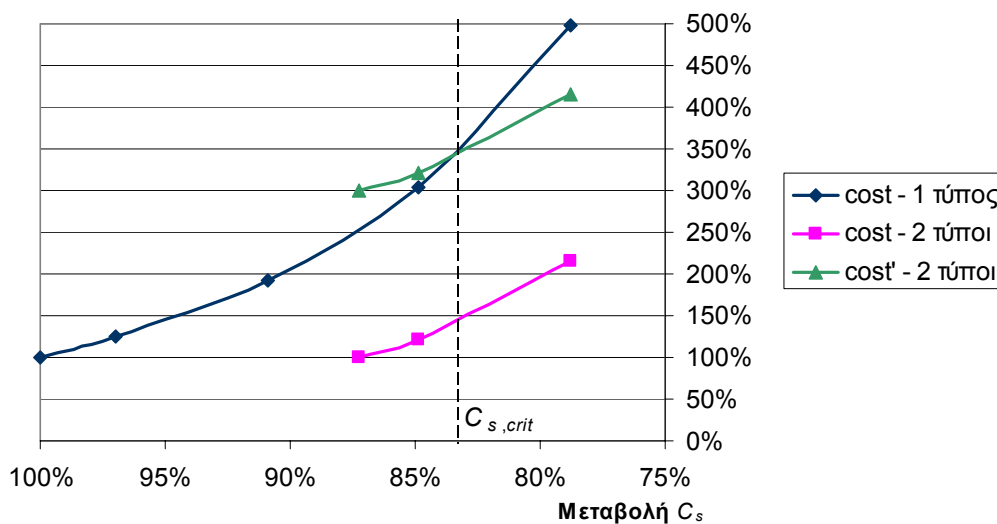
Στο Σχήμα 5-10 εικονίζεται η ισοδύναμη καμπύλη λυγισμού του παραδείγματος. Η τομή αυτής της καμπύλης με τις ταυτισμένες καμπύλες των περιορισμών απόσβεσης β και διατμητικής παραμόρφωσης γ_s (σημείο C) δίνει εξ' ορισμού το βέλτιστο πάχος ελαστικού t_r . Οι προβολές του σημείου C πάνω στις αντίστοιχες καμπύλες λυγισμού των δύο τύπων εφεδράνων (σημεία B₁ και B₂) δίνουν εξ' ορισμού τις βέλτιστες τιμές των εξωτερικών διαμέτρων των τύπων $\Phi_{ext,i}$.

Η προηγούμενη λύση αποτελεί την λύση ελάχιστου κόστους με την καλύτερη δυνατή απόδοση της σεισμικής μόνωσης. Ένα ενδιαφέρον συμπέρασμα είναι ότι για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα οι βέλτιστες λύσεις για ένα τύπο εφεδράνων και για δύο τύπους εφεδράνων έχουν ακριβώς το ίδιο κόστος υλικών το οποίο είναι ανάλογο του κόστους υλικών του ισοδύναμου LRB. Βέβαια η χρήση ενός παραπάνω τύπου εφεδράνων συνεπάγεται πρόσθετο κόστος καλουπιών, ελέγχου των πρωτότυπων εφεδράνων κτλ. οπότε η λύση δύο τύπων είναι πιο ακριβή. Από την άλλη η λύση δύο τύπων έχει μεγαλύτερο πάχος ελαστικού t_r οπότε και μεγαλύτερη απόδοση της σεισμικής μόνωσης, σύμφωνα με το ισοδύναμο LRB. Έτσι είναι λογικό για κάποια τιμή της απαίτησης απόδοσης της σεισμικής μόνωσης και πάνω η λύση δύο τύπων

εφεδράνων να είναι πιο οικονομική από την λύση ενός τύπου εφεδράνου. Ομοίως για χρήση περισσότερων τύπων εφεδράνων.

5.6.3 Αύξηση Απόδοσης της Μόνωσης μέσω Χρήσης Πολλών Τύπων Εφεδράνων

Στο ακόλουθο Σχήμα 5-11 φαίνεται η μεταβολή του κόστους υλικών σε σχέση με το κόστος υλικών της λύσης ελάχιστου κόστους για διαρκώς αυξανόμενη απαίτηση απόδοσης της σεισμικής μόνωσης (μείωση του μέγιστου επιτρεπτού συντελεστή τέμνουσας βάσης).



Σχήμα 5-11 Λύσεις Μεγαλύτερης Απόδοσης της Μόνωσης – Μεταβολή Κόστους για 1 και 2 Τύπους Εφεδράνων

Τα αποτελέσματα προέκυψαν με επίλυση μέσω του Solver του προβλήματος βελτιστοποίησης στην αρχική του μορφή για ένα και για δύο τύπους εφεδράνων. Για το πρόβλημα δύο τύπων εφεδράνων έγινε η παραδοχή κοινού λόγου διαμέτρων r . Η καμπύλη κόστους υλικών για τις λύσεις δύο τύπων εφεδράνων μετατοπίζεται στην καμπύλη $cost'$ (πράσινη καμπύλη) η οποία υποθετικά λαμβάνει υπόψη το πρόσθετο κόστος του επιπλέον τύπου εφεδράνων.

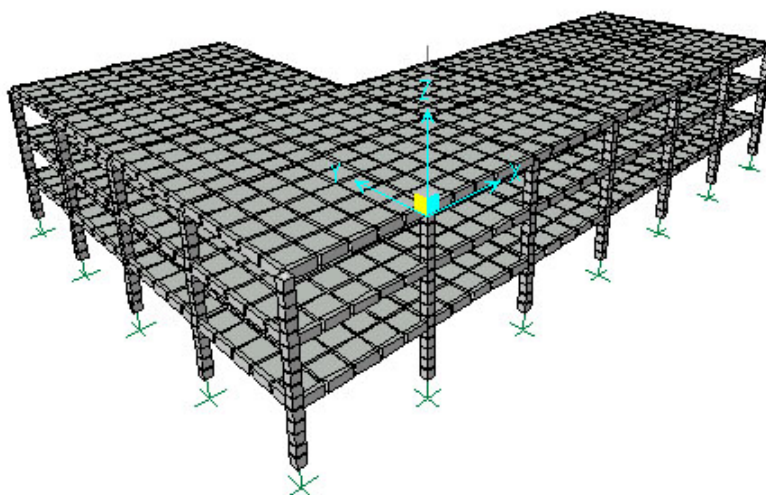
Παρατηρούμε ότι για απαίτηση του συντελεστή τέμνουσας βάσης κάτω από την τιμή $C_{s,crit}$ η λύση δύο τύπων εφεδράνων γίνεται πιο οικονομική από την λύση ενός μόνο τύπου. Κατ' αναλογία περιμένουμε τιμές απόδοσης όπου λύσεις τριών και παραπάνω τύπων εφεδράνων γίνονται πιο οικονομικές.

5.7 Εφαρμογή της Μεθοδολογίας Βελτιστοποίησης

Η προτεινόμενη μέθοδος θα εφαρμοστεί για τον βέλτιστο σχεδιασμό της σεισμικής μόνωσης εφεδράνων LRB ενός κτηρίου. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται αναλυτικά τα δεδομένα και τα αποτελέσματα της μεθόδου.

5.7.1 Περιγραφή του Κτηρίου

Το κτήριο της εφαρμογής είναι ένα τριώροφο κτήριο από οπλισμένο σκυρόδεμα (Σχήμα 5-12). Η κάτοψη είναι σχήματος Γάμα διαστάσεων 45.0m x 30.0m. Η θεμελιώδης ιδιοπερίοδος του πακτωμένου στην βάση κτηρίου είναι $T_s=0.492\text{sec}$. Το κτήριο αυτό είναι ένα σχετικά εύκαμπτο. Επιπλέον το σχήμα και οι διαστάσεις της κάτοψης αναμένεται να δίνουν μεγάλη αύξηση στις μετατοπίσεις των εφεδράνων σεισμικής μόνωσης λόγω της στρέψης. Κατά συνέπεια οι παραδοχές άκαμπτης ανωδομής και κοινής μετατόπισης των εφεδράνων της Μεθόδου Βελτιστοποίησης του Ισοδύναμου LRB δεν έχουν τόσο καλή εφαρμογή για αυτή την περίπτωση.



Σχήμα 5-12 Τριώροφο Κτήριο από Οπλισμένο Σκυρόδεμα

Για το κτήριο αυτό διατίθεται προσομοίωμα στο πρόγραμμα ανάλυσης φορέων SAP 2000. Το προσομοίωμα αυτό περιλαμβάνει: α) προσομοίωση πλακών με στοιχεία πλάκας διαστάσεων 1.50x1.50m, β) προσομοίωση δοκών και υποστυλωμάτων με ραβδωτά στοιχεία δοκού, γ) θεώρηση απαραμόρφωτου διαφράγματος στα επίπεδα των πλακών των ορόφων.

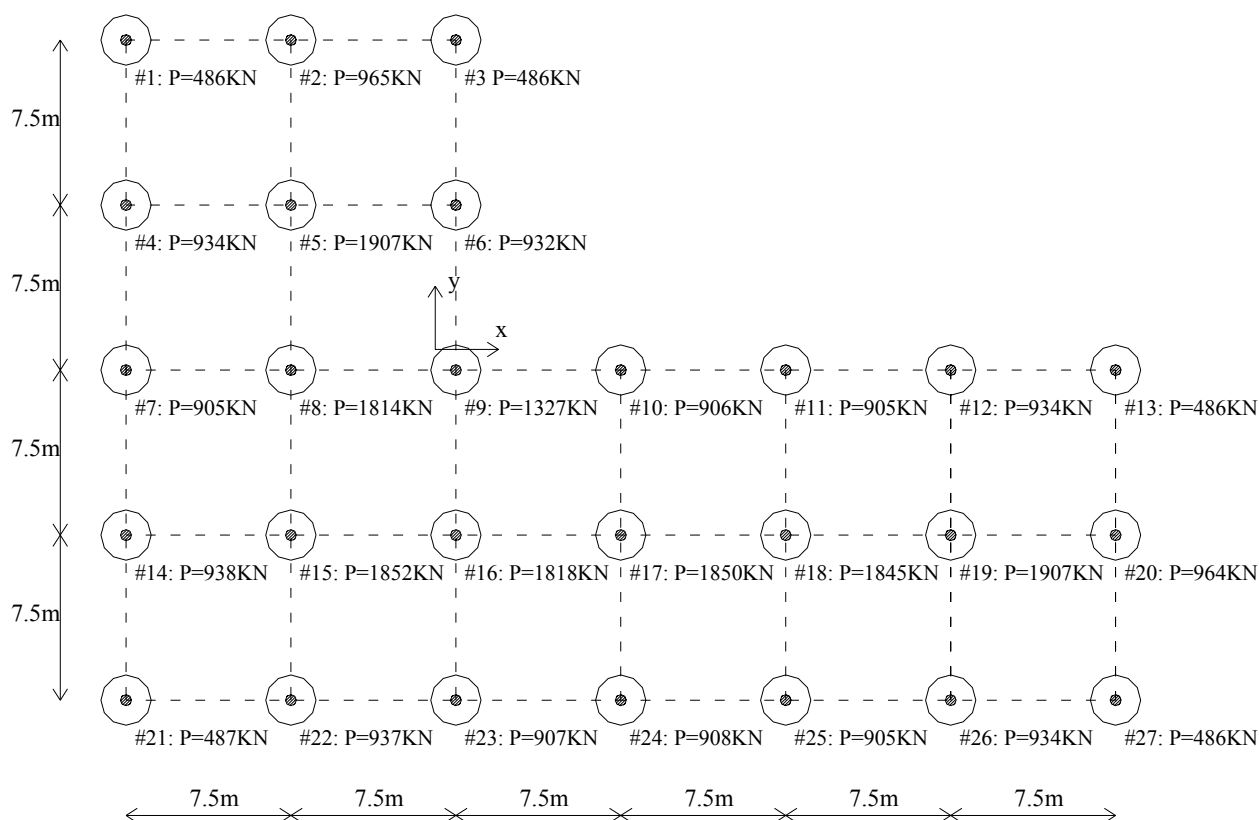
Τα κατακόρυφα φορτία του κτηρίου είναι :

- Ίδιο βάρος σκυροδέματος $\gamma=25\text{KN/m}^3$
- Επικαλύψεις $q'=1.5\text{KN/m}^2$ (πλάκες)
- Κινητά φορτία $q=2.0\text{KN/m}^2$ (πλάκες)

Έγιναν οι ακόλουθες αναλύσεις για τον φορέα πλήρως πακτωμένο στην βάση :

- Ανάλυση ιδιομορφών
- Ανάλυση κατακόρυφων φορτίων σεισμικού συνδυασμού: $(G+G')+0.30Q$
- Ανάλυση κατακόρυφων φορτίων βασικού συνδυασμού: $1.35(G+G')+1.50Q$

Στο ακόλουθο Σχήμα 5-13 εικονίζεται η κάτοψη της σεισμικής μόνωσης εφεδράνων LRB. Σε κάθε εφέδρανο αναγράφεται το κατακόρυφο φορτίο του σεισμικού συνδυασμού: $(G+G')+0.30Q$ στο οποίο έχει προστεθεί και το βάρος πλάκας βάσης πάχους 20cm. Η θέση του συστήματος αξόνων xOy ταυτίζεται με το κέντρο μάζας της βάσης και των ορόφων.



Σχήμα 5-13 Κάτοψη Σεισμικής Μόνωσης του Κτηρίου #2

Τα αντίστοιχα φορτία του βασικού συνδυασμού: $1.35(G+G')+1.50Q$ είναι (σε KN):
 762 , 1550 , 762 , 1499 , 3119 , 1496 , 1451 , 2963 , 2144 , 1452 , 1452 , 1499 , 762 ,
 1505 , 3027 , 2971 , 3024 , 3015 , 3118 , 1550 , 764 , 1505 , 1454 , 1455 , 1451 , 1499 ,
 761.

5.7.2 Δεδομένα Μεθόδου Βελτιστοποίησης

Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόζεται για κοινό λόγο διαμέτρων όλων των εφεδράνων. Αρχικά παρουσιάζεται η επιλεγόμενη ομαδοποίηση των εφεδράνων σε ομάδες κοινών διαστάσεων. Επιλέγονται 2 ομάδες εφεδράνων. Η πρώτη περιλαμβάνει τα εξωτερικά εφέδρανα, η δεύτερη περιλαμβάνει τα εσωτερικά εφέδρανα.

Αριθμός εφεδράνων: 27 (αρίθμηση όπως στο Σχήμα 5-13)

Αριθμός ομάδων κοινών διαστάσεων: 2

Εφεδράνα κάθε ομάδας:

Ομάδα 1: εφεδράνα #1, #2, #3, #4, #6, #7, #10, #11, #12, #13, #14,
#20, #21, #22, #23, #24, #25, #26, #27

Ομάδα 2: εφεδράνα #5, #8, #9, #15, #16, #17, #18, #19

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι περιορισμοί και οι σταθερές ποσότητες για τον σχεδιασμό της σεισμικής μόνωσης. Οι τιμές αυτές είναι τυπικές για συστήματα εφεδράνων LRB.

Τιμή στόχος για τον ισοδύναμο λόγο απόσβεσης: $\beta=0.20$

Τιμή στόχος για τον συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού στην μετατοπισμένη θέση του πιο κρίσιμου εφεδράνου κάθε τύπου: $SF_b=2.3$ (υπολογίζεται για την μετατόπιση του κέντρου ακαμψίας της σεισμικής μόνωσης).

Μέγιστη επιτρεπτή τιμή του συντελεστή τέμνουσας βάσης: $C_s=0.12$

Μέγιστη επιτρεπτή τιμή της διατμητικής παραμόρφωσης στο κέντρο ακαμψίας της σεισμικής μόνωσης: $\gamma_s=1.50$

Μέτρο διάτμησης ελαστικού: $G=0.5 \text{ Mpa}$

Μέτρο διόγκωσης ελαστικού: $K=2000 \text{ MPa}$

Τάση διαρροής του μολύβδου: $f_{ypb}=7.5 \text{ MPa}$

Λόγος ελαστικής ακαμψίας προς την ακαμψία μετά την διαρροή του διγραμμικού μοντέλου των εφεδράνων: $K_e/K_p=10$ (κοινός για όλα τα εφεδράνα)

Πάχος των μεταλλικών πλακών ενίσχυσης των εφεδράνων: $t_{shims}=2\text{mm}$

Πάχος των στρώσεων ελαστικού: $t=6\text{mm}$

Η ανάλυση του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος γίνεται με βάση την παραδοχή φάσματος σταθερής ταχύτητας για τον υπολογισμό των μετακινήσεων σχεδιασμού. Η σταθερά C_v στην σχέση υπολογισμού των μετατοπίσεων $D=C_v T/B$ λαμβάνεται ίση με $C_i=0.1137 \text{ m/sec}$.

Τέλος ακολουθούν τα μοναδιαία κόστη των υλικών τα οποία λαμβάνουν αντιπροσωπευτικές τιμές.

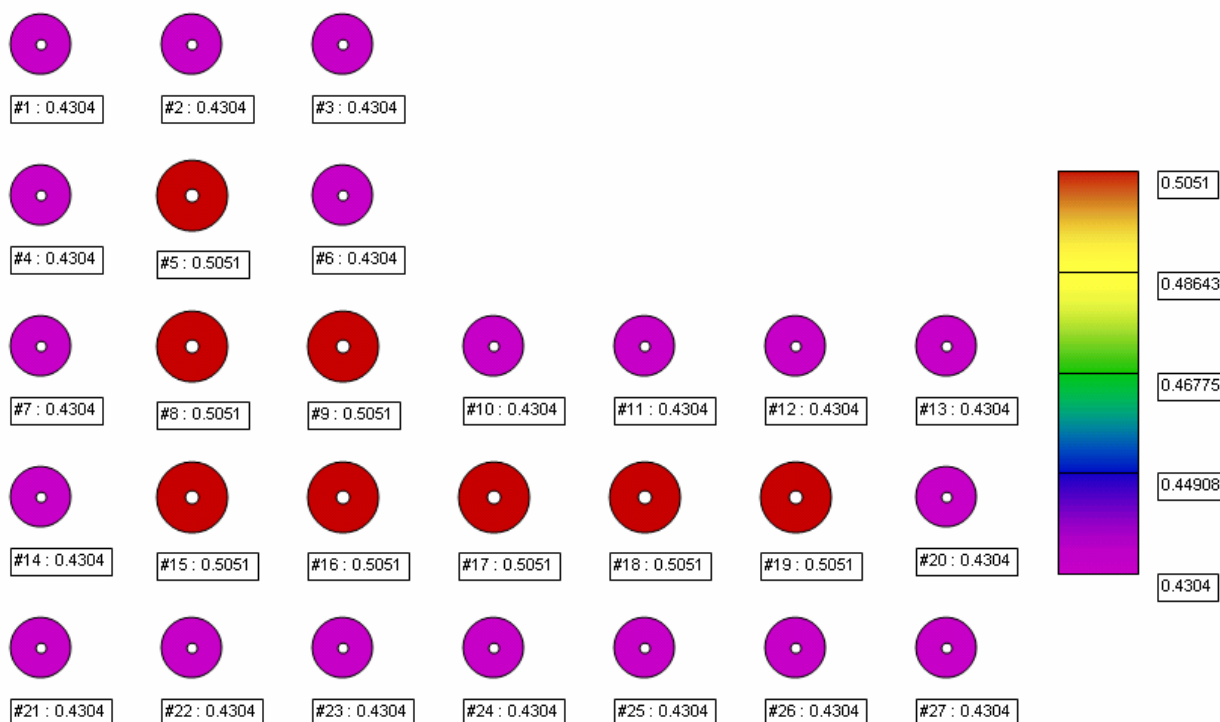
Μοναδιαίο κόστος ελαστικού: 45.768 χιλιάδες $\$/\text{m}^3$

Μοναδιαίο κόστος μολύβδου: 122.047 χιλιάδες $\$/\text{m}^3$

Μοναδιαίο κόστος χάλυβα: Δεν λαμβάνεται υπόψη το κόστος των μεταλλικών πλακών ενίσχυσης

5.7.3 Γενικά Χαρακτηριστικά της Βέλτιστης Λύσης

Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν τα γενικά χαρακτηριστικά της βέλτιστης λύσης της προτεινόμενης μεθόδου. Το Σχήμα 5-14 εικονίζει τις εξωτερικές διαμέτρους των δύο τύπων εφεδράνων που προκύπτουν, 0.4304m και 0.5051m αντίστοιχα. Η μικρή διάσταση εφαρμόζεται για τα μικρά φορτία, η μεγάλη διάσταση εφαρμόζεται για τα μεγάλα φορτία.



Σχήμα 5-14 Εξωτερικές Διάμετροι Εφεδράνων LRB της Βέλτιστης Λύσης

Ο Πίνακας 5-2 παρουσιάζει τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της βέλτιστης λύσης τα οποία είναι κοινά για όλα τα εφεδράνα ή είναι κοινά για τα εφεδράνα του κάθε τύπου. Ο κοινός λόγος διαμέτρων όλων των εφεδράνων είναι $r=0.1903$. Οι περιορισμοί του προβλήματος βελτιστοποίησης ικανοποιούνται όλοι. Το συνολικό κόστος της βέλτιστης λύσης είναι 72124\$. Η Μέθοδος του Ισοδύναμου LRB εκτιμά την μετατόπιση στο κέντρο ακαμψίας της σεισμικής μόνωσης ως 0.192m. Η μέγιστη μετατόπιση των εφεδράνων εκτιμάται ως 0.234m. Δηλαδή η επίδραση της στρέψης είναι αρκετά σημαντική και αυξάνει τις μετατοπίσεις κατά 1.22 φορές. Η συνολική διατμητική παραμόρφωση των εφεδράνων γ_{tot} η οποία συντίθεται από την διατμητική

παραμόρφωση γ_s και την γωνιακή παραμόρφωση λόγω κατακόρυφης συμπίεσης γ_c έχει τιμή 2.391. Την τιμή αυτή αναμένεται ότι μπορούν να αναλάβουν εύκολα τα εφεδράνα της κάτοψης (ο κανονισμός AASHTO θέτει ανώτατο όριο το 5.0).

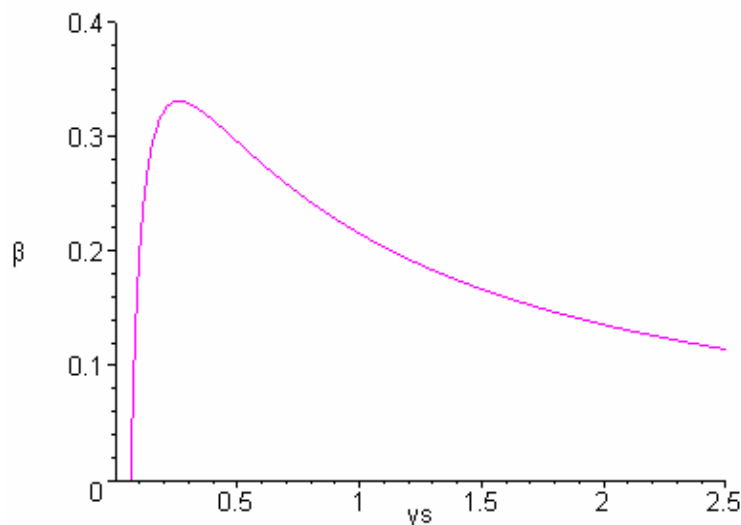
Οι συντελεστές σχήματος $S_0 = \Phi_{ext}/(4t)$ των δύο τύπων εφεδράνων είναι 17.93 και 21.04 αντίστοιχα. Και οι δύο τύποι έχουν πάχος στρώσεων ελαστικού ίσο με 0.006m (αντιστοιχεί περίπου σε 28 στρώσεις ελαστικού). Το κοινό πάχος ελαστικού των εφεδράνων της κάτοψης είναι $t_r = 0.1695\text{m}$. Επειδή οι δύο τύποι εφεδράνων έχουν ίδιο πάχος στρώσεων ελαστικού προκύπτει ίδιο και το συνολικό ύψος των εφεδράνων $h = 0.2241\text{m}$.

Η βέλτιστη λύση έχει αρκετά εύκαμπτες την οριζόντια και την στρεπτική ιδιοπερίοδο (2.536sec και 2.356sec αντίστοιχα). Η κατακόρυφη ιδιοπερίοδος είναι σημαντικά μικρότερη, ίση με 0.087sec. Η τιμή αυτή αντιστοιχεί σε 850 φορές μεγαλύτερη κατακόρυφη ακαμψία σε σχέση με την ενεργό οριζόντια ακαμψία.

Πίνακας 5-2 Χαρακτηριστικά της Βέλτιστης Λύσης

1	Αριθμός Διαφορετικών Τύπων Εφεδράνων	2		Ομάδα #1	Ομάδα #2
2	Κόστος Λύσης (χιλιάδες \$)	72.124	20 Εξωτερική Διάμετρος Φ_{ext} (m)	0.4304	0.5051
	60.31% ελαστικό		21 Εσωτερική Διάμετρος Φ_{int} (m)	0.0819	0.0961
	4.45% μολυβδος		22 Συντελεστής Σχήματος S_0	17.93	21.04
	35.15% κόστος τύπων		23 Ενεργός Ακαμψία K_{eff} (KN/m)	619.548	853.217
3	Ισοδύναμος Βαθμός Απόσβεσης β	0.200	24 Καταναλισκόμενη Ενέργεια ανά κύκλο ED (KNm)	28.631	39.429
4	Διατμητική Παραμόρφωση στο Κέντρο Ακαμψίας γ_s	1.131	25 Μεταελαστική Ακαμψία K_p (KN/m)	413.503	569.46
5	Μέγιστη Διατμητική Παραμόρφωση Εφεδράνων $\gamma_{s,max}$	1.381	26 Χαρακτηριστική Δύναμη Q (KN)	39.512	54.415
6	Ελάχιστος Συντελεστής Ασφαλείας Έναντι Λυγισμού στην Παραμορφωμένη Θέση SF_b	1.999	27 Δύναμη Διαρροής F_y (KN)	43.905	60.464
7	Ελάχιστος Συντελεστής Ασφαλείας Έναντι Λυγισμού στην Απαραμόρφωτη Θέση $SF_{b,0}$	1.927	28 Μέτρο Κατακόρυφης Συμπίεστικότητας E_c (KPa)	588348	711713
8	Συντελεστής Τέμνουσας Βάσης C_s	0.12	29 Κατακόρυφη Δυσκαμψία K_v (KN/m)	486567.8	810584.8
9	Μετατόπιση στο Κέντρο Ακαμψίας D (m)	0.192	30 Καμπτική Δυσκαμψία $(EI)_{eff}$ (KNm ²)	444.567	1073.432
10	Μέγιστη Μετατόπιση Εφεδράνων D_{max} (m)	0.234	31 Δυσκαμψία σε Καμπτική Στροφή K_b (KNm/rad)	2622.222	6331.508
11	Οριζόντια Ιδιοπερίοδος T_H (sec)	2.536	32 Κρίσιμο Φορτίο Λυγισμού στην Απαραμόρφωτη Θέση $P_{crit,0}$ (KN)	3284.504	6010.549
12	Στρεπτική Ιδιοπερίοδος T_T (sec)	2.356	33 Κρίσιμο Φορτίο Λυγισμού στην Παραμορφωμένη Θέση P_{crit} (KN)	2004.135	4189.086
13	Κατακόρυφη Ιδιοπερίοδος T_v (sec)	0.087	* Οι ποσότητες 3, 4, 8, 11, 23, 24 αναφέρονται στην μετατόπιση στο κέντρο ακαμψίας D (9). Οι ποσότητες 5, 6, 18, 33 αναφέρονται στην μέγιστη μετατόπιση εφεδράνων D_{max} (10)		
14	Ελαστική Οριζόντια Ιδιοπερίοδος T_E (sec)	0.982			
15	Λόγος Συνολικής Χαρακτηριστικής Δύναμης προς το Συνολικό Βάρος Q/W	0.040			
16	Διατμητική Παραμόρφωση λόγω κατακόρυφης Συμπίεσης γ_c	1.083			
17	Διατμητική Παραμόρφωση λόγω κατακόρυφης Συμπίεσης $\gamma_{c,0}$	1.771			
18	Ολική Διατμητική Παραμόρφωση γ_{tot}	2.391			
19	Απόσταση Κέντρου Μάζας και Κέντρου Ακαμψίας $D_{CM,CR}$ (m)	0.468			

Το Σχήμα 5-15 παρουσιάζει την μεταβολή του ενεργού βαθμού απόσβεσης β συναρτήσει της διατμητικής παραμόρφωσης γ_s για την βέλτιστη λύση. Η μέγιστη τιμή της απόσβεσης επιτυγχάνεται για μικρές διατμητικές παραμορφώσεις και είναι περίπου ίση με 0.33. Για την διατμητική παραμόρφωση $\gamma_s = 1.131$ η οποία αντιστοιχεί στην μετατόπιση σχεδιασμού ο βαθμός απόσβεσης είναι ίσος με την τιμή στόχο 0.20.



Σχήμα 5-15 Μεταβολή του Ισοδύναμου Βαθμού Απόσβεσης β Συναρτήσει της Διατμητικής Παραμόρφωσης γ_s ($K_e/K_p=10$ και $q=0.56362$)

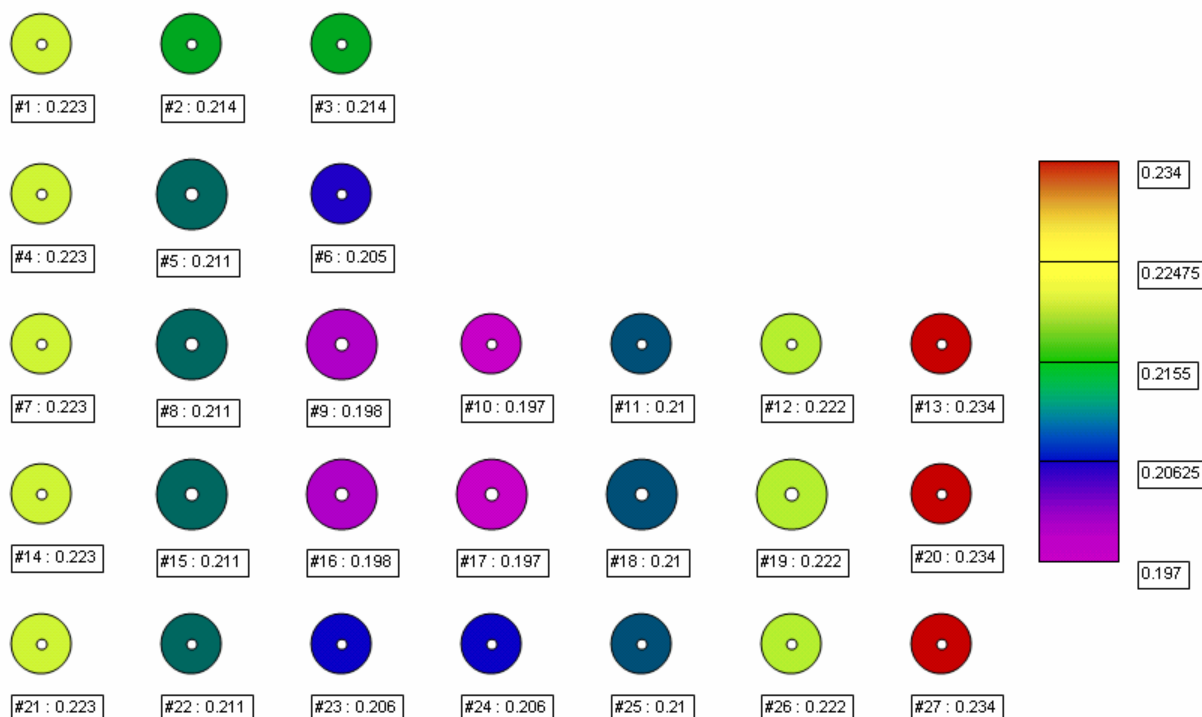
Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν διάφορες παράμετροι της βέλτιστης λύσης οι οποίες διαφέρουν από εφέδρανο σε εφέδρανο. Η εποπτεία στις τιμές της κάθε παραμέτρου επιτυγχάνεται με τον διαφορετικό χρωματισμό του κάθε εφεδράνου (το κόκκινο αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή, το μοβ αντιστοιχεί στην ελάχιστη τιμή).

Το Σχήμα 5-16 απεικονίζει τις συνολικές μετατοπίσεις των εφεδράνων στις οποίες έχουν προστεθεί και οι επιπλέον μετατοπίσεις λόγω στρέψης. Η επίδραση της στρέψης λαμβάνεται υπόψη σύμφωνα με την ισοδύναμη στατική θεώρηση η οποία περιγράφεται στην παράγραφο 5.2. Οι μετατοπίσεις οι οποίες παρουσιάζονται Σχήμα 5-16 αποτελούν την δυσμενέστερη συνιστώσα κατά x ή κατά y για κάθε εφέδρανο. Παρατηρούμε ότι η μέγιστη ολική μετατόπιση εμφανίζεται στα εφέδρανα #13, #20 και #27 τα οποία είναι τα πιο απομακρυσμένα από το κέντρο ακαμψίας της σεισμικής μόνωσης. Η διατμητική

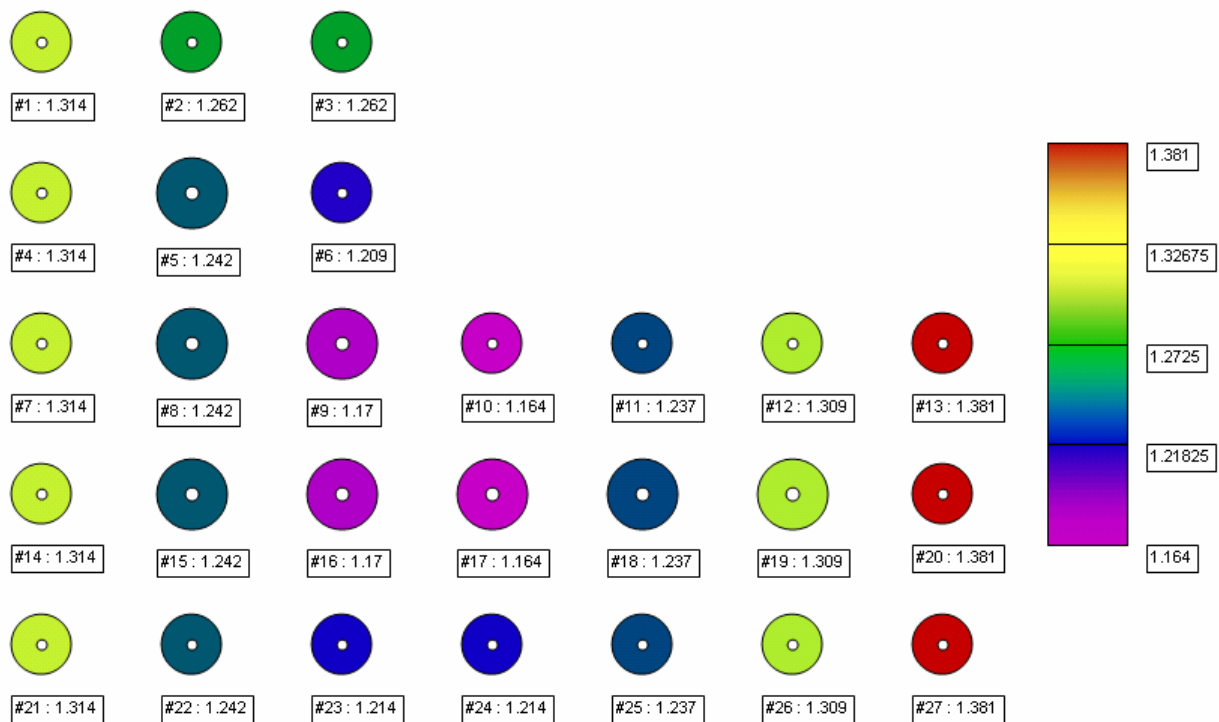
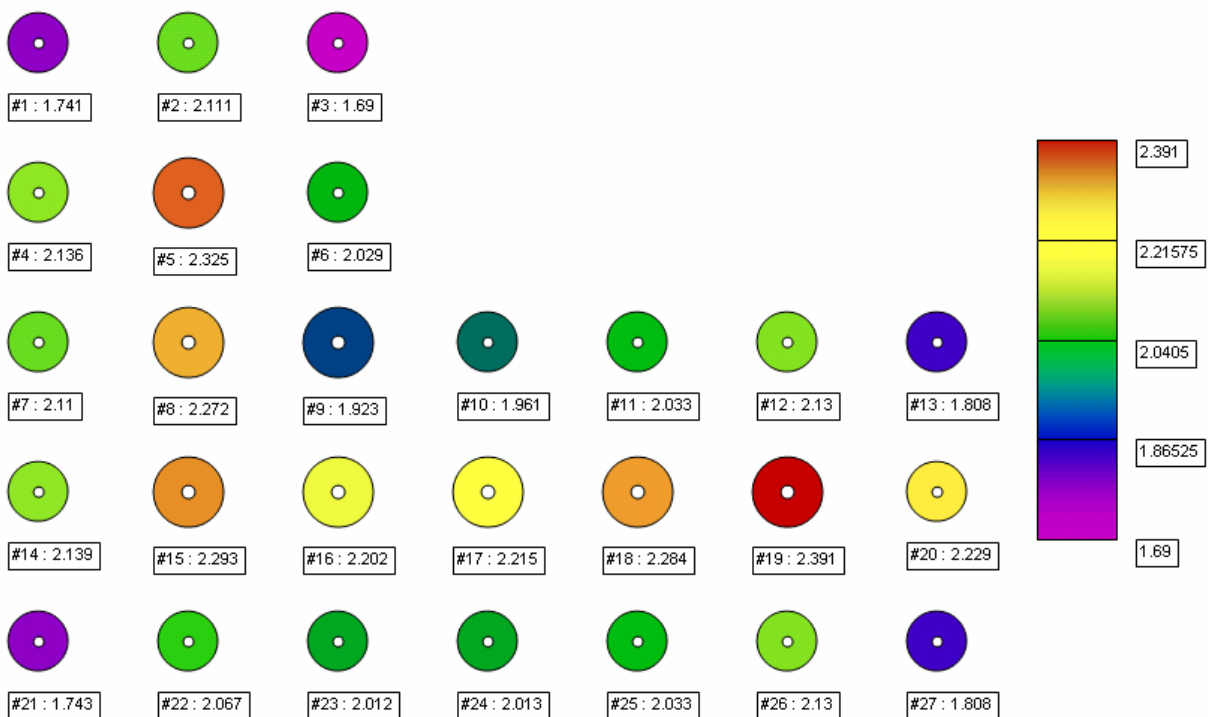
παραμόρφωση η οποία αντιστοιχεί σε αυτές τις ολικές μετατοπίσεις έχει προφανώς ανάλογη μεταβολή (Σχήμα 5-17).

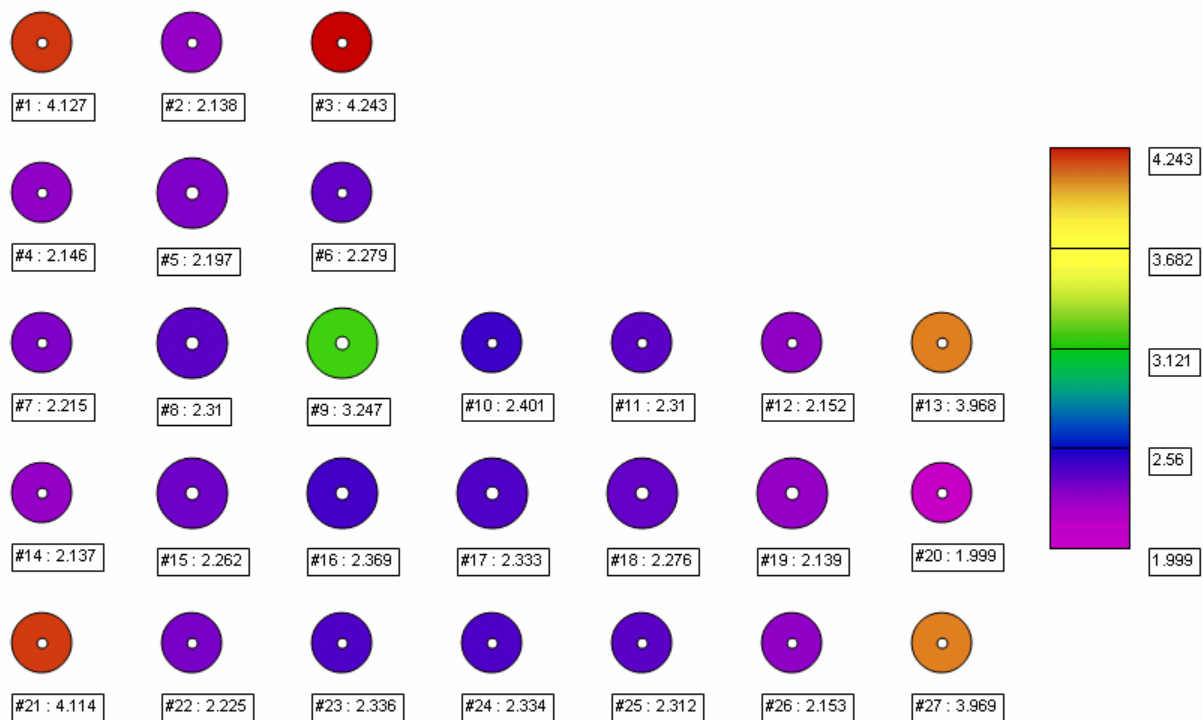
Το Σχήμα 5-18 παρουσιάζει την ολική διατμητική παραμόρφωση γ_{tot} η οποία συντίθεται από την διατμητική παραμόρφωση στο Σχήμα 5-17 και από την διατμητική παραμόρφωση λόγω κατακόρυφης συμπίεσης γ_c κάθε εφεδράνου. Η δεύτερη συνιστώσα αυξάνει όσο αυξάνει το κατακόρυφο φορτίο του εφεδράνου. Έτσι παρατηρούμε ότι η μέγιστη ολική διατμητική παραμόρφωση εμφανίζεται για το εφέδρανο #19 το οποίο δεν είναι το πιο απομακρυσμένο από το κέντρο ακαμψίας. Γενικά όμως παρατηρούνται μεγαλύτερες τιμές της ολικής διατμητικής παραμόρφωσης για τα εφέδρανα του μεγάλου τύπου (εσωτερικά εφέδρανα).

Τέλος το Σχήμα 5-19 εικονίζει τον συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού στην παραμορφωμένη θέση SF_b . Με εξαίρεση τα γωνιακά εφέδρανα όλα το υπόλοιπα έχουν SF_b κοντά στην ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή του 2.000. Κρισιμότερο είναι το εφέδρανο #20.



Σχήμα 5-16 Μέγιστες Μετατοπίσεις Εφεδράνων LRB (συμπεριλαμβανομένης και της στρέψης)

Σχήμα 5-17 Διατμητική Παραμόρφωση γ_s ΕφεδράνωνΣχήμα 5-18 Ολική Διατμητική Παραμόρφωση $\gamma_{tot} = \gamma_s + \gamma_c$



Σχήμα 5-19 Συντελεστής Ασφαλείας Έναντι Αυγισμού στην Παραμορφωμένη Θέση SF_b

5.8 Ανακεφαλαίωση

Στο παρόν κεφάλαιο έγινε εμβάθυνση στο πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός και μόνου εφεδράνου LRB και δόθηκε συγκεκριμένη μεθοδολογία εύρεσης της βέλτιστης λύσης η οποία ανάγεται σε επίλυση μερικών μη γραμμικών εξισώσεων. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός απλού LRB μπορεί να εφαρμοστεί προσεγγιστικά για τον βέλτιστο σχεδιασμό σεισμικής μόνωσης η οποία αποτελείται από πολλούς τύπους εφεδράνων LRB με κοινό πάχος ελαστικού t_r και κοινό λόγο εσωτερικής προς εξωτερική διάμετρο. Η προτεινόμενη μεθοδολογία βελτιστοποίησης βασίζεται στις παραδοχές τελείως άκαμπτης ανωδομής και αγνόησης της στρεπτικής στροφής της μονωμένης βάσης και είναι ικανοποιητική για τον βέλτιστο σχεδιασμό συστημάτων εφεδράνων LRB σε φάση προδιαστασιολόγησης. Η μεθοδολογία εφαρμόστηκε για την περίπτωση ενός τριώροφου σεισμικά μονωμένου κτηρίου και παρουσιάζονται τα διάφορα χαρακτηριστικά της σεισμικά μονωμένης βάσης της βέλτιστης λύσης.